１．　目的

空気や水に代表されるように，我々は生活の中で非常に多くの流体と接し，さらに流体を利用している．

水道水や都市ガスなどのライフラインは流体機械であるポンプや圧縮機により，流体に圧力をかけることにより家庭に供給され，電気も流体機械であるタービンを利用し，流体エネルギを機械エネルギに変換することで家庭に電力が供給されている．また，ライフラインに限らず，日用品や機械製品，食品の製造過程などにおいても流体機械は利用されており，機械やプラントの設計において流体機械の知識は不可欠であり，機械工学科の学生であれば流体機械の基礎を身につけることは必須条件である．

したがって，今回の実験では流体機械の代表的存在ともいえるポンプの性能実験を行い，ポンプの中でも渦巻ポンプを使用して，その性能を原理および構造と関連付けて検討し，さらに渦巻ポンプ使用上の基本的性質を把握する．

２．　原理・構造

羽根車を利用して流体とエネルギ授受を行う流体機械をターボ機械と言う．ターボ機械の中で機械エネルギを流体のエネルギに変える流体機械をポンプ機械と呼ぶ．その主たるものは、遠心ポンプ，斜流ポンプ，および軸流ポンプである．本実験では，遠心ポンプの一つである渦巻ポンプを使用する．横軸片吸込単段渦巻ポンプの構造を図 1 に示す．

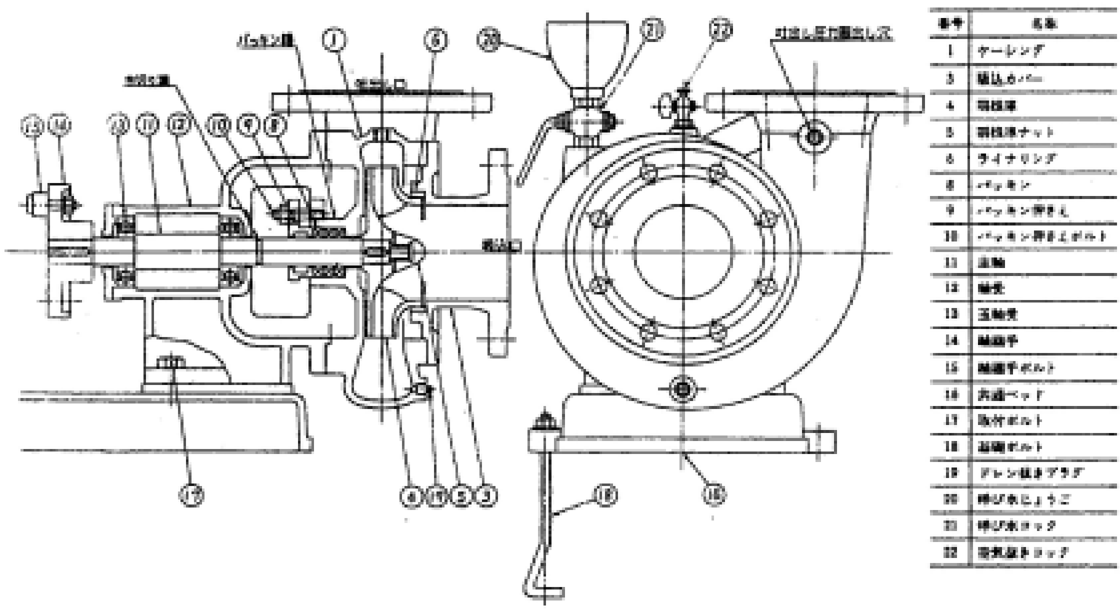


図１　横軸片吸込単段渦巻ポンプ（JIS B 8313）

２．１ 羽根車内部流れのモデル化

本実験で使用される遠心羽根車内の流れは非定常かつ 3 次元であり，この流れを直接扱うのは困難である．そこで，図 2 のように羽根入口 A から流入した流体が出口 B で羽根に沿った方向に流出すると仮定する．この結果，羽根車内部流れにおける速度ベクトルは図 3 のようになる．

静止座標系から見た流速を絶対速度（絶対流速）と呼び v で表す．また，羽根車とともに回転する座標系（回転座標系）を考え，この回転座標系から見た流速を相対速度（相対流速）

と呼びwで表す. 羽根車が角速度ωで回転しているとき, 半径rにおける回転速度は$u=\omega r$で表され，周速と呼ばれる.

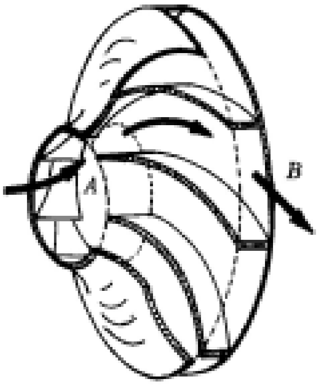


図２　遠心羽根車

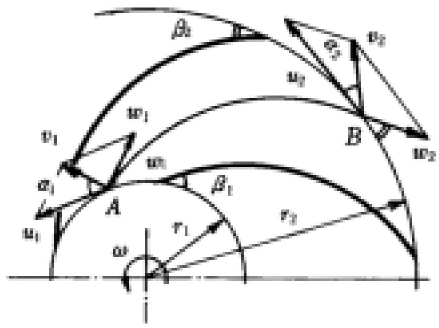


図３　速度ベクトル

２．２ 速度三角形

絶対流速, 周速, 相対流速の間の関係を図に描いたものを速度三角形と呼ぶ．図 4 には羽根車入口と出口の速度三角形が示されている．羽根車の性能は，入口と出口の流速で表すことが出来る．ここで，下付添え字 1 および 2 はそれぞれ入口および出口流れを表す．一般に，羽根車入口半径r_1と羽根車出口半径r_2は異なるため，入口周速$u_1=r_1\omega$と出口周速$u_2=r_2\omega$は異なることに注意する．また，v_mは主軸に垂直な方向（半径方向）の速度成分を表し，メリディアン速度と呼ばれる．なお，αは絶対速度ベクトルの円周方向となす角（絶対流れ角），βは相対速度ベクトルの円周方向となす角（相対流れ角）である．

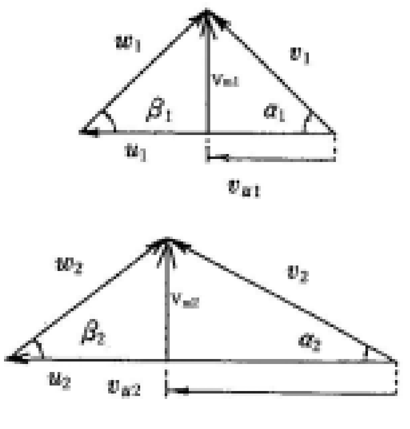


図４　速度三角形

２．３ 理論エネルギ上昇とオイラーヘッド

（1） 流量

羽根車入口および出口のメリディアン速度に垂直な面積をA_1およびA_2とすると，体積流量Qおよび質量流量$\dot{m}$は次式で与えられる．

体積流量；$Q=A_1v_{m1}=A_2v_{m2}$ ―――（1）

質量流量；$\dot{m}=\rho Q=\rho A_1v_{m1}=\rho A_2v_{m2}$ ―――（2）

ただし，ポンプに扱う流体は水であるので非圧縮流体として扱い,

$\rho_1=\rho_2=\rho=const$ ―――（3）

としている．

（2） 理論エネルギ上昇 ⊿ E_{th}

角運動量保存則より, 流体の角運動量の時間変化と羽根車に作用するトルクには, 次式の関係が成り立つ．

トルク；$T=\rho Q(r_2v_{u2}-r_1v_{u1})$ ―――（4）

また，羽根車の回転角速度がωの時の入力動力（トルク動力）Lは,

トルク動力；$L = \omega T = \rho Q(r_2 \omega v_{u2} - r_1 \omega v_{u1})$ ―――（5）

また，羽根車を通過する単位質量あたりの流体のエネルギ上昇（理論エネルギ上昇）を $\varDelta E_{th}$ を用いて表すと，

$$\omega T = \rho Q \varDelta E_{th} \qquad ―――（6）$$

となり，式(5)と式(6)より $\varDelta E_{th}$ は次のように表すことができる．

$$\begin{aligned}
\varDelta E_{th} &= r_2 \omega v_{u2} - r_1 \omega v_{u1} \\
&= u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1} && \because \quad u = r\omega \\
&= u_2 v_2 \cos\alpha_2 - u_1 v_1 \cos\alpha_1 && \because \quad v_u = v\cos\alpha \ （図４参照） \\
&= u_2 v_2 \cdot \frac{u_2{}^2 + v_2{}^2 - w_2{}^2}{2u_2 v_2} - u_1 v_1 \cdot \frac{u_1{}^2 + v_1{}^2 - w_1{}^2}{2u_1 v_1} && \because \quad 余弦定理 \\
&= \frac{u_2{}^2 - u_1{}^2}{2} + \frac{v_2{}^2 - v_1{}^2}{2} + \frac{w_1{}^2 - w_2{}^2}{2} && ―――（7）
\end{aligned}$$

流体の受け取るエネルギ $\varDelta E_{th}$ は，ポンプ機械では正，タービン機械では負となる．

ここで，式(7)の右辺のそれぞれの項は

- $\dfrac{u_2{}^2 - u_1{}^2}{2}$ ；流体に与えられた遠心力エネルギの増減＝圧力の増減
  →遠心力効果による圧力変化（静圧変化）
- $\dfrac{v_2{}^2 - v_1{}^2}{2}$ ； 静止系から見た流体の運動エネルギの増減
  →運動エネルギ効果（動圧変化）
- $\dfrac{w_1{}^2 - w_2{}^2}{2}$ ； 回転系から見た流体の運動エネルギの増減＝圧力の増減
  →ディフューザ効果による圧力変化（静圧変化）

である．渦巻ポンプについては第一項の遠心力効果が支配的となっている．

（3） 全揚程（オイラーヘッド）H_{th}

$\varDelta E_{th}$ をヘッドに換算した H_{th} は理論揚程または理論オイラーヘッドと呼ばれる．

$$H_{th} = \frac{u_2 v_2 \cos\alpha_2 - u_1 v_1 \cos\alpha_1}{g} = \frac{u_2{}^2 - u_1{}^2}{2g} + \frac{v_2{}^2 - v_1{}^2}{2g} + \frac{w_1{}^2 - w_2{}^2}{2g} \qquad ―――（8）$$

予旋廻 v_{u1} が無い場合，すなわち $v_{u1} = 0$（または $v_1 = v_{m1}$）の場合，

$$\varDelta E_{th} = u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1} = u_2 v_{u2} \qquad ―――（9）$$

となる．また，図４より v_{u2} は，

$$\tan\beta_2 = \frac{v_{m2}}{u_2 - v_{u2}} \qquad \Leftrightarrow \quad v_{u2} = u_2 - v_{m2}\cot\beta_2$$

と表すことができるので，式(9)は次式で表現できる．

$$\varDelta E_{th} = gH_{th} = u_2 v_{u2} = u_2(u_2 - v_{m2}\cot\beta_2) \qquad ―――（10）$$

したがって，予旋廻が無い場合，出口流れだけで羽根車の性能が決定する．

２．４ すべりを考慮した理論エネルギ上昇

２．３節のオイラーヘッドは，流れが羽根に沿って流出するという仮定のもとに導かれたものであり，この仮定は厚みのない羽根が無限枚数付いているような理想状態に対してのみ成り立つ．しかし，実際の羽根は厚みをもち，枚数も有限であるので，相対流れは羽根に沿った方向には流出しない．そのため，遠心羽根車の全ヘッドは式(8)で与えられるオイラーヘッドよりも低下する．よって，羽根枚数が有限の場合のヘッド（理論揚程）を求める．

（１） 羽根車内の循環

回転する２次元円形翼列を通る非粘性・非圧縮性流れにおいて，上流の全圧が一様であれば絶対流れ場は渦度が 0 の渦なし流れで，これが羽根車を通過するときも絶対流れの渦なし条件は保持される[2)]．したがって，２次元流（円筒座標系）における渦度ζの条件より，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\zeta} = \nabla \times \mathbf{v} &= \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{j}\frac{\partial}{r\partial\theta}\right)\times\left(v_r\mathbf{i} + v_\theta\mathbf{j}\right)\\ &= \mathbf{i}\times\mathbf{j}\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \mathbf{j}\times\mathbf{i}\frac{\partial v_r}{r\partial\theta} + \mathbf{j}\times\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial\theta}\frac{v_r}{r} + \mathbf{j}\times\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial\theta}\frac{v_\theta}{r}\\ &= \mathbf{k}\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \mathbf{k}\frac{\partial v_r}{r\partial\theta} + \mathbf{j}\times 0\ \frac{v_r}{r} + \mathbf{j}\times -\mathbf{i}\frac{v_\theta}{r}\\ &= \mathbf{k}\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} - \frac{\partial v_r}{r\partial\theta}\right)\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\therefore\quad \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} - \frac{\partial v_r}{r\partial\theta} = 0$$

$$\Leftrightarrow\quad \frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\cdot v_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{r\partial\theta} = 0 \qquad ―――（11）$$

一方，相対流れ場では，速度三角形（図４参照）より，

$$\begin{cases} w_u = v_u - u \\ w_m = v_m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_\theta = v_\theta - r\omega \\ w_r = v_r \end{cases} \qquad ―――（12）$$

したがって，相対流れ場における渦なし条件は式(11)に式(12)を代入して，

$$(11)\Leftrightarrow\quad \frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\cdot w_\theta\right)}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{r\partial\theta} = -2\omega \qquad ―――（13）$$

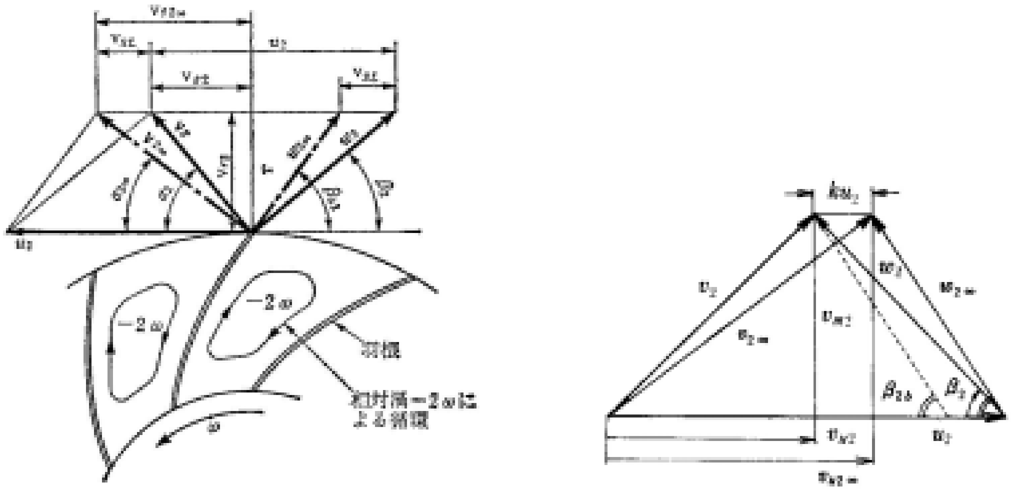
式(13)は，角速度ωで回転する円形翼列の相対流れ場には回転方向と逆向きの渦度-2ωが分布することを示している．このため，回転する円形翼列の流れ場は静止した流れ場で実現することができない．

（２） すべり速度とすべり係数

羽根が無限に薄く無限枚の場合，出口流れは出口の相対羽根角β_{2b}で流出する．しかし，（１）の理由により，角速度ωで回転している羽根車の相対流れ場には-2ωの渦度が分布し，それによって羽根車の外周では回転方向と逆向きの誘起速度が発生し，その結果実際の相対流出角β_2はβ_{2b}より小さくなる．そのため，図５(a)に示すように，絶対流れの旋回速度成分$v_{\theta 2}$は羽枚数無限の場合の$v_{\theta\infty}$に比べて小さくなる．この速度成分の減少量v_{SL}をすべり速度といい，

$$v_{SL} \equiv v_{\theta 2\infty} - v_{\theta 2} = k\,u_2$$

で表す係数ｋをすべり係数と呼ぶ．



(a)　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(b)

図５　羽根数有限の羽根車出口における速度三角形

このとき，

$$v_{\theta 2\infty} = u_2 - v_{m2}\cot\beta_{2b}$$

$$v_{\theta 2} = u_2 - v_{m2}\cot\beta_2$$

であるので（図５(b)参照），すべり速度は次式で表現することができる．

$$ku_2 = v_{\theta 2\infty} - v_{\theta 2} = v_{m2}\cot\beta_2 - v_{m2}\cot\beta_{2b} \qquad ―――(14)$$

すべり係数は流量（またはv_{m2}）に依存せず，ほぼ羽根車固有の一定値となる．

（３） すべりを考慮した理論エネルギ上昇

式(14)より，

$$(14) \Leftrightarrow \quad \cot\beta_2 = k\frac{u_2}{v_{m2}} + \cot\beta_{2b} \qquad ―――(14)'$$

式(10)であらわされる理論エネルギ上昇に式(14)'を代入すると，

$$(10) \Leftrightarrow \quad \varDelta E_{th} = u_2(u_2 - v_{m2}\cot\beta_2)$$

$$= u_2(u_2 - ku_2 - v_{m2}\cot\beta_{2b})$$

$$= {u_2}^2\left\{(1-k) - \frac{v_{m2}}{u_2}\cot\beta_{2b}\right\} \qquad ―――(15)$$

式(15)において，$\phi = v_{m2}/u_2$，$\psi_{th} = \varDelta E_{th}/{u_2}^2$ と置くと，$\phi - \psi_{th}$ の直線関係（一次関数）を得る．

$$(15) \Leftrightarrow \quad \frac{\varDelta E_{th}}{{u_2}^2} = (1-k) - \frac{v_{m2}}{u_2}\cot\beta_{2b}$$

$$\therefore \quad \psi_{th} = (1-k) - \phi\cot\beta_{2b} \qquad ―――(16)$$

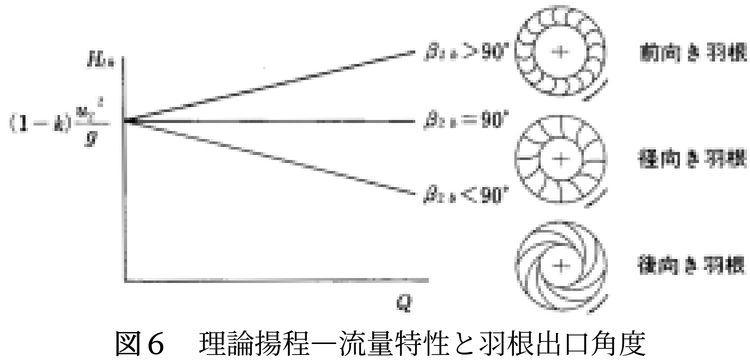


図６　理論揚程―流量特性と羽根出口角度

図６に理論揚程 H_{th} と流量 Q の関係グラフを示す.

$$H_{th} = \frac{\varDelta E_{th}}{g}, \qquad Q = A_2 v_{m2}$$

より，式(15)を H_{th} および Q を用いて表現すれば，

$$(15) \Leftrightarrow \quad H_{th} = \frac{{u_2}^2}{g}\left\{(1-k) - \frac{Q}{A_2 u_2}\cot\beta_{2b}\right\} \qquad ───（17）$$

であり，$\phi \propto v_{m2} \propto Q$ および $\psi_{th} \propto \varDelta E_{th} \propto H_{th}$ の関係がある.

≪参考≫ 羽根出口角と特性

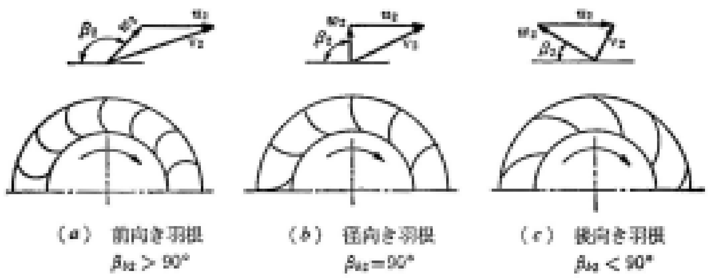


図７　遠心羽根形状

図６および式(17)にも示したように，回転数一定（$u_2 = const$）の場合，H_{th}（$\propto \varDelta E_{th}$，$\propto \psi_{th}$）は β_{2b} の値により流量 Q（$\propto v_{m2} \propto \phi$）の変化と共に次のように変わる.

（a） $\beta_{2b} > 90°$；前向き羽根　　$\Leftrightarrow \cot\beta_{2b} < 0$

特性線図は右上がりの直線となり，H_{th} および圧力が流量増大につれ増加（圧力型）

（b） $\beta_{2b} = 90°$；径向き羽根　　$\Leftrightarrow \cot\beta_{2b} = 0$

特性線図は一定の直線となり，H_{th} および圧力は流量に関係なく一定（安価型）

（c） $\beta_{2b} < 90°$；後向き羽根　　$\Leftrightarrow \cot\beta_{2b} > 0$

特性線図は右下がりの直線となり，H_{th} および圧力が流量増大につれ減少（効率型）

同一の大きさのポンプでも，取付け角 β_{2b} を大きくするほど，オイラーヘッド H_{th} および流量 Q を増加させることができる．しかし同時に，羽根車出口の流速 v_2 が大きくなるために,その運動エネルギを圧力エネルギに変換する際に生じる損失や羽根車内の損失が増加するため効率は落ちる.

２．５ 流量係数と揚程係数

式(16)の導出の際に定義したように，流量定数 ϕ および揚程係数 ψ_{th} を以下に示す.

（１） 流量係数 ϕ

$$\phi = \frac{v_{m2}}{u_2} = \frac{A_2 v_{m2}}{A_2 u_2} = \frac{Q}{A_2 u_2} \qquad ───（17）$$

ここで，$A_2 = \pi D_2 b$（b：羽根車出口幅）は羽根車出口面積である．式(16)は，ϕ が流量の無次元数であることを示す.

（2） **揚程係数**ψ_{th}

$$\psi = \frac{\Delta E}{{u_2}^2} = \frac{gH}{{u_2}^2} = \frac{P}{\rho {u_2}^2} \qquad ―――（18）$$

揚程係数ψは全揚程Hまたは全圧上昇Pの無次元数である．

2．6 損失

現実には，損失（粘性，3 次元性，非定常性）を考慮する必要があるが，ここでは次の 2 つの損失を考える．

- 摩擦損失h_f：壁面と流体との摩擦により生じる損失(円管損失と同様である)．

  壁面と流体との摩擦により生じる損失で，流量（＝流速）の 2 乗に比例する．

$$h_f \propto Q^2 \qquad ―――（19）$$

- 衝突損失h_s：羽根入口で流れが羽根に衝突して急減速することにより生じる損失．

$$h_s \propto (Q - Q_s)^2 \qquad ―――（20）$$

  ここで，Q_sは無衝突流量と呼ばれ，流れが羽根車前縁に沿って流入する場合の流量で，羽根車に固有の値である．

これらは，あくまで（損失）モデルであるが，現実の損失をある程度の精度で予測できることが知られている．上記 2 つの損失を考慮した性能線は次式で表される．

$$\psi = \psi_{th} - \psi_f - \psi_s \qquad ―――（21）$$

ところで，$\psi = gH/u^2$ より，

$$\begin{cases} \psi_{th} = gH_{th}/u^2 \propto -Q & (\text{式17より}) \\ \psi_f = gh_f/u^2 \propto Q^2 \\ \psi_s = gh_s/u^2 \propto (Q - Q_s)^2 \end{cases} \qquad ―――（22）$$

この式(22)の関係と$\phi \propto Q$の関係より，定数$\mathrm{a,b,c,d,e,f,i}\ (>0)$を用いて，

$$\begin{cases} \psi_{th} \propto -Q = -\mathrm{a}\phi + b \\ \psi_f \propto Q^2 = c\phi^2 + d \\ \psi_s \propto (Q - Q_s)^2 = e\phi^2 - f\phi + i \end{cases}$$

とできるので，式(21)は，

$$\psi = \psi_{th} - \psi_f - \psi_s = -(c+e)\phi^2 + (f-a)\phi + (b+d+i) \qquad ―――（23）$$

よって，損失を考慮した場合の$\phi - \psi$の関係は式(23)の係数の文字を置き換えて，

$$\psi = a\phi^2 + b\phi + c \qquad (a < 0) \qquad ―――（24）$$

の上に凸の 2 次曲線となり，これを$\phi - \psi$曲線と呼ぶ．

２．７ 動力および効率

（１） 水動力L_w

水動力は水がポンプから正味受け取る動力であり，次式で与えられる．

$$L_w = \rho Q \Delta E \qquad ———(25)$$

また，水動力は次式のように無次元化される．

$$\lambda_w = \frac{L_w}{\rho A_2 {u_2}^3} = \phi\psi \qquad ———(26)$$

ここで，λ_wを水動力係数と呼ぶ.

（２） 動力（軸動力）L

動力は原動機からポンプ軸へ伝えられる駆動動力である.モータの場合には電流と電圧から，エンジンの場合にはトルクと回転数から算出される．水動力と同様に，動力を無次元化すると，動力係数（または軸動力係数）λを得る．

$$\lambda = \frac{L}{\rho A_2 {u_2}^3} \qquad ———（27）$$

（３） ポンプ効率

動力Lは原動機からの入力であり，この一部が水動力L_wに使われるから，これらの比

$$\eta = \frac{L_w}{L} = \frac{\lambda_w}{\lambda} = \frac{\phi\psi}{\lambda} \qquad ———(28)$$

はターボ機械のエネルギー効率であり，全効率と呼ばれる．また，全効率は$\eta = \eta_v \eta_m \eta_h$により表される．ここで，$\eta_v$，$\eta_m$および$\eta_h$はそれぞれ，水効率，機械効率および体積効率である.

（４） 特性曲線

回転数が一定の場合に，流量係数を横軸にとり，揚程係数，軸動力係数およびポンプ効率を縦軸にとった性能曲線を特性曲線という.（図８参照）

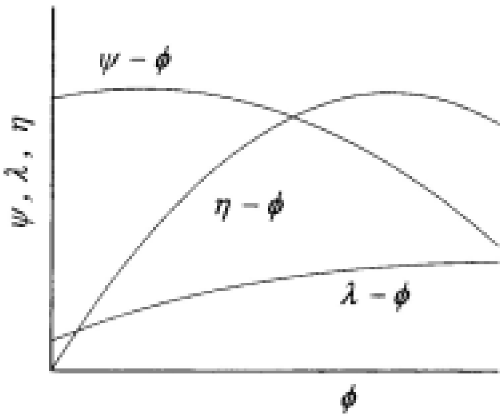


図８　回転数一定の場合の特性曲線

２．８ 形式数および比速度

形式数；$K=\dfrac{2\pi n}{60}\dfrac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}}=\omega\dfrac{Q^{1/2}}{\Delta E^{3/4}}$ ―――（29）

ここで，回転角速度ω[rad/s]，流量Q[m³/s]，回転数n[rpm]，およびエネルギ上昇$\varDelta E$ [J/kg](=[m²/s²])である．

比速度；$n_s=n\dfrac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}$ ―――（30）

ここで，Q，Hおよびnの単位にはそれぞれ，[m³/min]，[m]および[rpm]が用いられる．

形式数と比速度は本質的に同じであるが，形式数は無次元数であるが，比速度は無次元数でないことに注意する．ISO（国際規格）では形式数が用いられるが，我が国では比速度が広く用いられている．本実験においては比速度n_s[m³/min，m，rpm]が用いられている．

比速度（形式数）の値と，ポンプの形式（遠心，斜流，軸流）には密接な関係がある．例えば，排水ポンプには，比速度が大きい軸流ポンプが使用され，ボイラの給水ポンプには、比速度が小さい遠心ポンプが使用される．

≪形式数および比速度の導出≫

形式数および比速度の導出にあたって，バッキンガムのΠ定理を利用する．

バッキンガムのΠ定理とは，ある物理現象に関する物理量の数が$v_1,v_2,\cdots,v_n$のｎ個であり，これらの間に次式のような関数関係があるものとする．

$$f(v_1,v_2,\cdots,v_n)=0$$

このとき物理量$v_1,v_2,\cdots,v_n$を表すのにｋ個の基本単位（質量；M，長さ；L，時間；T，など）が必要であるとすると，この物理現象は$m=n-k$個の無次元パラメータ；$\Pi_1,\Pi_2,\cdots,\Pi_m$を用いて次式のように表すことができる．

$$\phi(\Pi_1,\Pi_2,\cdots,\Pi_m)=0$$

このように，無次元積が求まることをバッキンガムのΠ定理という．

流体機械（非圧縮）の性能に関する因子としては次の７つの物理量が挙げられる．

密度ρ[kg/m³]，粘性係数μ[kg/(s・m)]，羽根車径 D [m]，回転数 N [1/s]，流量 Q [m³/s]，
エネルギ上昇⊿E=gH [J/kg=m²/s²]，軸動力Ｌ[kW=kg・m²/s³]

これら７つの物理量の次元は３個の基本単位 [m，s，kg] で表示できるので，Π定理よりｍ=7―3＝４個の無次元特性数が導き出せる．

ここで，ρ，D，Nを基本量とすると，

$$\begin{cases}\Pi_Q=Q\cdot\rho^{x_1}D^{y_1}N^{z_1}\\ \Pi_H=gH\cdot\rho^{x_2}D^{y_2}N^{z_2}\\ \Pi_L=L\cdot\rho^{x_3}D^{y_3}N^{z_3}\\ \Pi_\mu=\mu\cdot\rho^{x_4}D^{y_4}N^{z_4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x_1,\ y_1,\ z_1)=(0,\ -3,\ -1)\\ (x_2,\ y_2,\ z_2)=(0,\ -2,\ -2)\\ (x_3,\ y_3,\ z_3)=(-1,\ -5,\ -3)\\ (x_4,\ y_4,\ z_4)=(-1,\ -2,\ -1)\end{cases}$$

したがって，これらより

$Q=\Pi_Q\cdot D^3N$，$gH=\Pi_H\cdot D^2N^2$，$L=\Pi_L\cdot\rho D^5N^3$，$\mu=\Pi_\mu\cdot\rho D^2N$ ―――（31）

（1） 形式数K

式(31)において流量Qおよびエネルギ上昇 gH の式より，Dを消去すると，

$$\frac{Q^2}{(gH)^3}=\frac{{\Pi_Q}^2\cdot D^6N^2}{{\Pi_H}^3\cdot D^6N^6}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{{\Pi_Q}^2}{{\Pi_H}^3}=N^4\frac{Q^2}{(gH)^3}$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{{\Pi_Q}^2}{{\Pi_H}^3}\right)^{1/4}=N\left[\frac{Q^2}{(gH)^3}\right]^{1/4} \qquad \text{（Nを一次に）}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\pi\cdot\left(\frac{{\Pi_Q}^2}{{\Pi_H}^3}\right)^{1/4}=2\pi N\frac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} \qquad \text{（両辺に２πを乗じる）}$$

上式の左辺は無次元数の積であるので，右辺も無次元数となる．この無次元数を形式数と呼びKで示す．

$$K\equiv 2\pi\cdot\left(\frac{{\Pi_Q}^2}{{\Pi_H}^3}\right)^{1/4}=2\pi N\frac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

（2） 比速度n_s

式(31)より，

$$\frac{Q}{Q'}=\frac{\Pi_Q\cdot D^3N}{\Pi_Q\cdot D'^3N'}=\left(\frac{D}{D'}\right)^3\cdot\frac{N}{N'} \qquad \text{———（32）}$$

$$\frac{gH}{gH'}=\frac{\Pi_H\cdot D^2N^2}{\Pi_H\cdot D'^2N'^2}=\left(\frac{D}{D'}\right)^2\cdot\left(\frac{N}{N'}\right)^2 \qquad \text{———（33）}$$

ここで，式(33)は，

$$(33)\Leftrightarrow \quad \frac{H}{H'}=\left(\frac{D}{D'}\right)^2\cdot\left(\frac{N}{N'}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{D}{D'}=\left(\frac{H}{H'}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{N'}{N} \qquad \text{———（33）'}$$

式(33)'を式(32)に代入して，

$$(32)\Leftrightarrow \quad \frac{Q}{Q'}=\left(\frac{H}{H'}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{N'}{N}\right)^3\cdot\frac{N}{N'}=\left(\frac{H}{H'}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{N'}{N}\right)^2 \qquad \text{———（32）'}$$

式(32)を$(Q',\ H',\ N')=(1,\ 1,\ n)$で規格化すると

$$(32)'\Leftrightarrow \quad Q=H^{\frac{3}{2}}\left(\frac{n}{N}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad n=N\cdot Q^{\frac{1}{2}}\Big/H^{\frac{3}{4}}$$

この時のｎを比速度n_sと呼ぶ．また，比速度におけるN，Q，Hの単位はそれぞれ[rpm], [m³/min]，[m]で与えられ，比速度n_sは有次元数である．

３．　実験装置

本実験では，図 1 に示す横軸片吸込単段小型渦巻ポンプを使用する．羽根車出口外径 D_2 =20.0[cm]，羽根車出口幅 b =10.0[cm]である．図９に本実験装置の全体図を示す（動力測定用の電気機器を除く）.

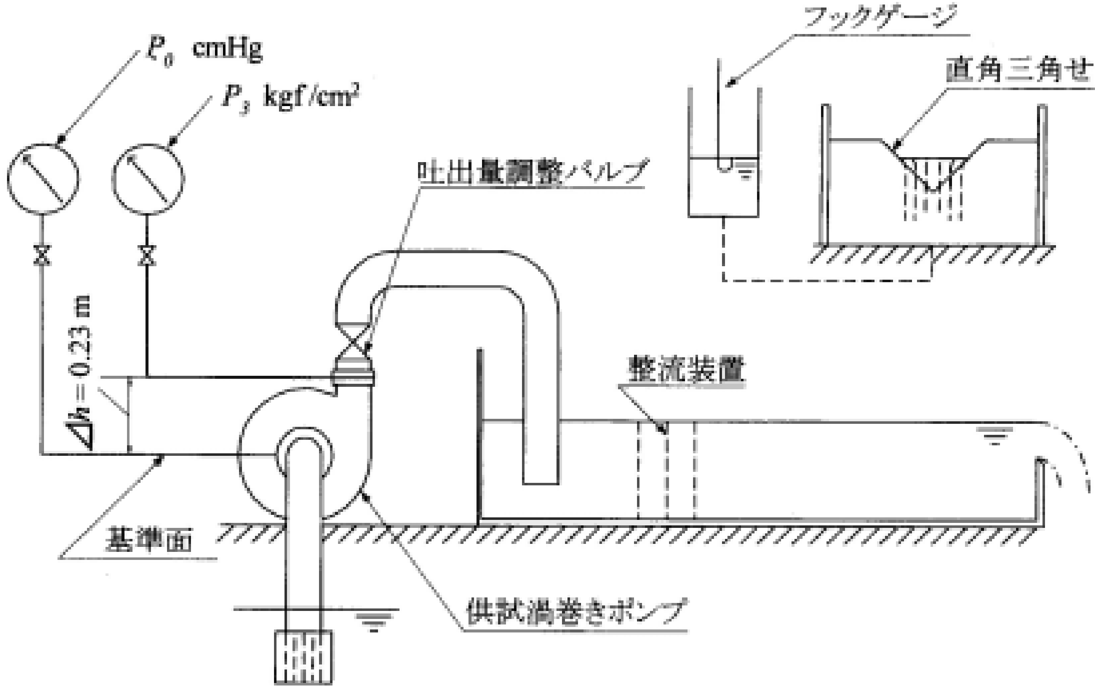


図９　実験装置

４．　実験方法

ポンプケーシング内の空気を抜くために，図 1 に示す呼び水コックに接続した水道管より水を注入し，空気抜くコックを開いてここから水が溢れるのを確認する.

渦巻ポンプの性能実験は，バルブ全開から始めて，吐出口に取り付けられた流量調整バルブにより順次吐出量を減少させ，バルブ全閉（流量ゼロ）まで 9 種類の異なった吐出量に対して行う.

計測結果およびデータ表の式を用いてデータシートの各欄を埋める.

４．１ 回転数の測定

ハンドタコメータを使用する．モータセンサー穴と計器軸心とを正確に合わせ，10[rpm]まで読み取る.

４．２ 流量の測定

ポンプ吐出量の測定には直角三角せきを用い，フックゲージによってせきの切欠底点 h_0 からの高さ h を， $h = h_0 - h'$ （h' はフックゲージの読み値）として測り（図 10 参照)，既製の表により流量 Q [m³/s]として求める.

ベルヌーイの定理より，

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2}V_1{}^2 + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2{}^2}{2} + gz_2 \qquad ―――（34）$$

また，流量一定より$Q = AV = const$であるので，

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$\Leftrightarrow \quad V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2 \qquad ―――（35）$$

いま，せきの上流の添字を１，せきの下流側を２とすると，せき部分の断面積に比べて上流面の面積が広く，$A_1 \gg A_2$なので式(35)より，

$$V_1 \approx 0$$

また，せき前後において自由面であるので，

$$p_1 \approx p_2$$

上流の水面を基準にして深さ$z_1 - z_2 = h$として，水面を流れてきた水がせきを越えるときの流速を$V_2 = V$とすると，式(34)は，

$$\frac{1}{2}V^2 = gh \qquad \Leftrightarrow \qquad V = \sqrt{2gh} \qquad ―――（36）$$

したがって，流量Qを三角せきの幅b (h)，流量係数Cを用いると，

$$
\begin{aligned}
Q &= C\int_0^H b(h)\cdot\sqrt{2gh}\cdot dh \\
&= C\int_0^H 2(H-h)\tan 45^\circ\cdot\sqrt{2gh}\cdot dh \\
&= 2C\sqrt{2g}\int_0^H \left(H\sqrt{h} - h^{3/2}\right)dh \\
&= 2C\sqrt{2g}\cdot\left[\frac{2}{3}H\cdot h^{3/2} - \frac{2}{5}h^{5/2}\right]_0^H \\
&= \frac{8}{15}\sqrt{2g}\cdot C\cdot\frac{4}{15}H^{5/2}
\end{aligned}
$$

よって，流量Ｑは$Q = k\cdot H^{5/2}$で表すことができる．

JIS B 8302 によると流量計算式および適用範囲は，

$$k = 81.2 + \frac{0.24}{H} + \left(8.4 + \frac{12}{\sqrt{D}}\right)\cdot\left(\frac{H}{B} - 0.09\right)^2$$

適用範囲；Ｂ＝0.5～1.2[m]，Ｄ＝0.1～0.75[m]，Ｈ＝0.07～0.26[m]，Ｈ≦Ｂ／3

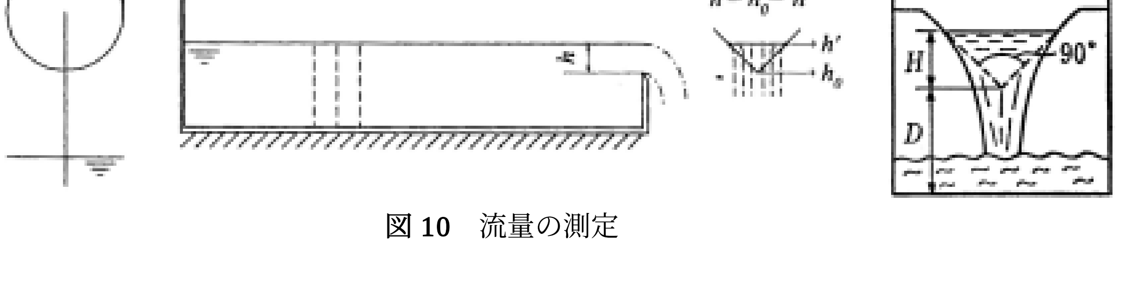


図 10　流量の測定

４．３ 軸動力の測定

ポンプはモータ直結駆動のため，ポンプ動力はモータ出力と等価であるとして，電気機器（電力計，電圧計，電流計）を用い，モータの電流，電圧および電力を計測し，それとモータ効率から算出する．

４．４ エネルギ上昇（全揚程）の測定

ポンプの性能解析では，速度三角形や損失モデルを使用したが，計測では以下の要領で圧力上昇を用いて直接エネルギ上昇を計測する．ポンプ直前および直後の配管の断面を下付添字 0 および 3 で表し、それらの断面内の平均流速，平均高さ，および圧力をそれぞれ，V，h および p とすれば，ポンプ直前および直後の比エネルギはそれぞれ，

$$E_0 = \frac{{V_0}^2}{2} + gH + \frac{p_0}{\rho},\ E_3 = \frac{{V_3}^2}{2} + gH + \frac{p_3}{\rho} \qquad ―――（37）$$

で与えられる．ここで，断面 0，3 の断面積が等しい場合には$(A_0 = A_3)$，連続の式 $A_0V_0 = A_3V_3$ より，$V_0 = V_3$ となる．また，高さ基準を断面 0 に採れば，エネルギ上昇 ΔE は次式により与えられる．

$$\Delta E = E_3 - E_0 = \frac{p_3 - p_0}{\rho} + g\Delta h \qquad ―――（38）$$

ここで，本実験装置（図９）では，

$$\Delta h = h_3 - h_0 = 0.230\,[\mathrm{m}] \qquad ―――（39）$$

である．以上より，吸込圧力 p_0 と吐出圧力 p_3 を計測することにより，エネルギ上昇 ΔE が求まる．

なお，圧力 p_0 と p_3 の測定にはブルドン管圧力計を用いる．ブルドン管は楕円形断面の中空曲管であり､その内圧変化によって自由端が変位することを利用した圧力－機械変換素子である．測定される圧力はポンプ系における流体の不均一性のために脈動圧である．そのため，指針は激しく振動し，指度の読み取りを困難にする．そこで，途中のコックの絞りを調整することによって脈動を減少させてその平均値を読み取るようにする．なお，正しい吸込圧力（負圧）を測定するためには，圧力計付属のコックを開いて立上がり管内の水を全部払う必要がある（厳密には空気柱の量も考慮しなければならない）．

５． 測定結果と考察

５．１ 測定結果

以下に実験結果を示す.

表１, 表２にはフックゲージの測定値ｈ'[mm]およびヘッド h[mm], また得られたｈの値を用いた換算表より得た流量Ｑ[m³/s], 入口圧力測定値 p_0'[cmHg], 出口圧力測定値 p_3'[kgf/cm²], 水温測定値および換算表より得た水密度ρ[kg/m³], およびエネルギ上昇⊿Ｅ[m²/s²], 全揚程Ｈ[m], ポンプ水動力 L_w[W]の計算値を記す.

換算計算・算出計算は以下の式となる.

$$h = h_0 - h' = 402 - h' \quad \text{[mm]}$$

$$p_0[Pa] = \frac{1.01325\times10^6}{760}\cdot p_0', \qquad p_3[Pa] = 9.80665\times10^4 \cdot p_3'$$

$$\varDelta E = \frac{p_3 - p_0}{\rho} + gh_3 = \frac{p_3 - p_0}{\rho} + 0.230g \quad \text{[m}^2\text{/s}^2\text{]}, \qquad H = \frac{\varDelta E}{g} \quad \text{[m]}$$

$$L_w = \rho Q \varDelta E \quad \text{[W]}$$

表1　測定結果表1

No	フックゲージ	フックゲージ	流量	入口圧力		出口圧力	
	読み h' [mm]	ヘッド h [mm]	Q [m³/s]	p'₀ [cmHg]	p_0 [Pa]	p'_3 [kgf/cm²]	p_3 [Pa]
1	190.00	212.00	0.028970	-53.8	-71727	0.11	10787
2	206.20	195.80	0.023750	-42.0	-55995	0.60	58840
3	211.80	190.20	0.022086	-38.8	-51729	0.70	68647
4	223.45	178.55	0.018863	-32.7	-43596	0.90	88260
5	231.40	170.60	0.016834	-29.5	-39330	1.00	98067
6	258.30	143.70	0.010960	-22.0	-29331	1.20	117680
7	262.95	139.05	0.010090	-21.0	-27998	1.21	118660
8	0	-	0	-13.5	-17999	1.27	124540

表2　測定結果表2

No	水温	水密度	エネルギ上昇	全揚程	ポンプ水動力
	[℃]	ρ [kg/m³]	⊿E [m²/s²]	H [m]	L_w [W]
1	16.2	998.91	84.860	8.6533	2455.7
2	16.3	998.90	117.22	11.953	2780.8
3	16.2	998.91	122.76	12.518	2708.4
4	16.3	998.90	134.26	13.690	2529.7
5	16.3	998.90	139.80	14.256	2350.9
6	16.3	998.90	149.43	15.237	1635.9
7	16.3	998.90	149.08	15.201	1502.5
8	16.3	998.90	144.96	14.781	0

表３に電圧測定値 V_R[V], 電流測定値 I_R[A], 換算表より得た電動機効率 η_M, 電動計読み W'[W]および電動機出力W[W], これらより算出して得た軸出力Ｌ[W]を記す.

また, 電動機出力W[W]および軸出力Ｌ[W]は次式で求めることができる.

電動機出力；$W = 80.0 \times W'$ [W]

軸出力；$L = \eta_M \times W$ [W]

表3　測定結果表3

No	電圧	電流	電動機効率	電動計読み	電動機出力	軸動力
	V_R [V]	I_R [A]	η_M	W' [W]	W [W]	L [W]
1	201.0	14.30	0.853	55.0	4400	3753.2
2	201.5	13.75	0.856	52.8	4224	3615.7
3	202.0	13.45	0.858	51.8	4144	3555.6
4	202.4	12.80	0.861	49.2	3936	3388.9
5	202.5	12.40	0.861	47.0	3760	3237.4
6	204.0	10.65	0.865	39.3	3144	2719.6
7	204.5	10.35	0.865	37.9	3032	2622.7
8	205.0	6.95	0.833	20.0	1600	1332.8

表４に回転数ｎの測定結果および比速度 n_s を記す．
また，周速 u_2 および比速度 n_s は次式で算出できる．

$$\text{周速；} u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60}\,[\mathrm{m/s}] \quad (D_2 = 0.200\,[\mathrm{m}]), \qquad \text{比速度；} n_s = n\frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}\,[\mathrm{rpm, m^3/min, m}]$$

表4　比速度

No	ポンプ回転数	周速	流量	全揚程	比速度
	n [rpm]	u_2 [m/s]	Q [m^3/s]	H [m]	n_s
1	1679	17.582	0.028970	8.6533	438.75
2	1690	17.698	0.023750	11.953	313.83
3	1685	17.645	0.022086	12.518	291.46
4	1690	17.698	0.018863	13.690	252.61
5	1690	17.698	0.016834	14.256	231.50
6	1720	18.012	0.010960	15.237	180.85
7	1720	18.012	0.010090	15.201	173.83
8	1740	18.221	0	14.781	0

表５に流量係数φ，揚程係数ψ，水動力係数λw，動力係数λ，全効率η，形式数Kを記す．また，これらの値は次式で与えられる．

$$\phi = \frac{Q}{A_2 u_2}, \quad A_2 = \pi D_2 b \quad (D_2 = 0.200\,[\mathrm{m}],\ b = 0.0100\,[\mathrm{m}]), \quad \psi = \frac{\varDelta E}{{u_2}^2}$$

$$\lambda_W = \frac{L_W}{\rho A_2 {u_2}^3} = \phi\psi, \quad \lambda = \frac{L}{\rho A_2 {u_2}^3}, \quad \eta = \frac{L_W}{L}, \quad K = \omega\frac{Q^{1/2}}{\varDelta E^{3/4}}$$

表5　無次元係数

No	流量係数	揚程係数	水動力係数	動力係数	全効率	形式数
	φ	ψ	λ_W	λ	η	K
1	0.26223	0.27450	0.071984	0.11002	0.65430	1.0703
2	0.21358	0.37425	0.079934	0.10393	0.76909	0.76560
3	0.19921	0.39428	0.078545	0.10311	0.76173	0.71103
4	0.16964	0.42865	0.072715	0.097412	0.74647	0.61627
5	0.15139	0.44636	0.067574	0.093056	0.72617	0.56477
6	0.096844	0.46059	0.044606	0.074152	0.60154	0.44120
7	0.089157	0.45951	0.040968	0.071511	0.57289	0.42408
8	0	0.43660	0	0.035102	0	0

５．２ 特性曲線

（１） ψ－φ曲線

図 11 に表５で得た流量係数φを横軸，揚程係数ψを縦軸にプロットする．

また，近似曲線は，ψ－φの関係が２．６節・式(24)より，

$$\psi = a\phi^2 + b\phi + c \qquad (a < 0)$$

であるので，二次の最小自乗曲線を用いる．

近似曲線は，

$$\psi = -5.7221\phi^2 + 0.93018\phi + 0.43147 \qquad ――― (40)$$

であり，上に凸の曲線となっている．0≦φ≦0.08 の区間では右上がりの曲線，φ≧0.09 では右下がりの曲線となっていることがわかる．

また，頂点の座標は，

$$(\phi,\ \psi) = (0.081280,\ 0.46927) \qquad ――― (41)$$

である．

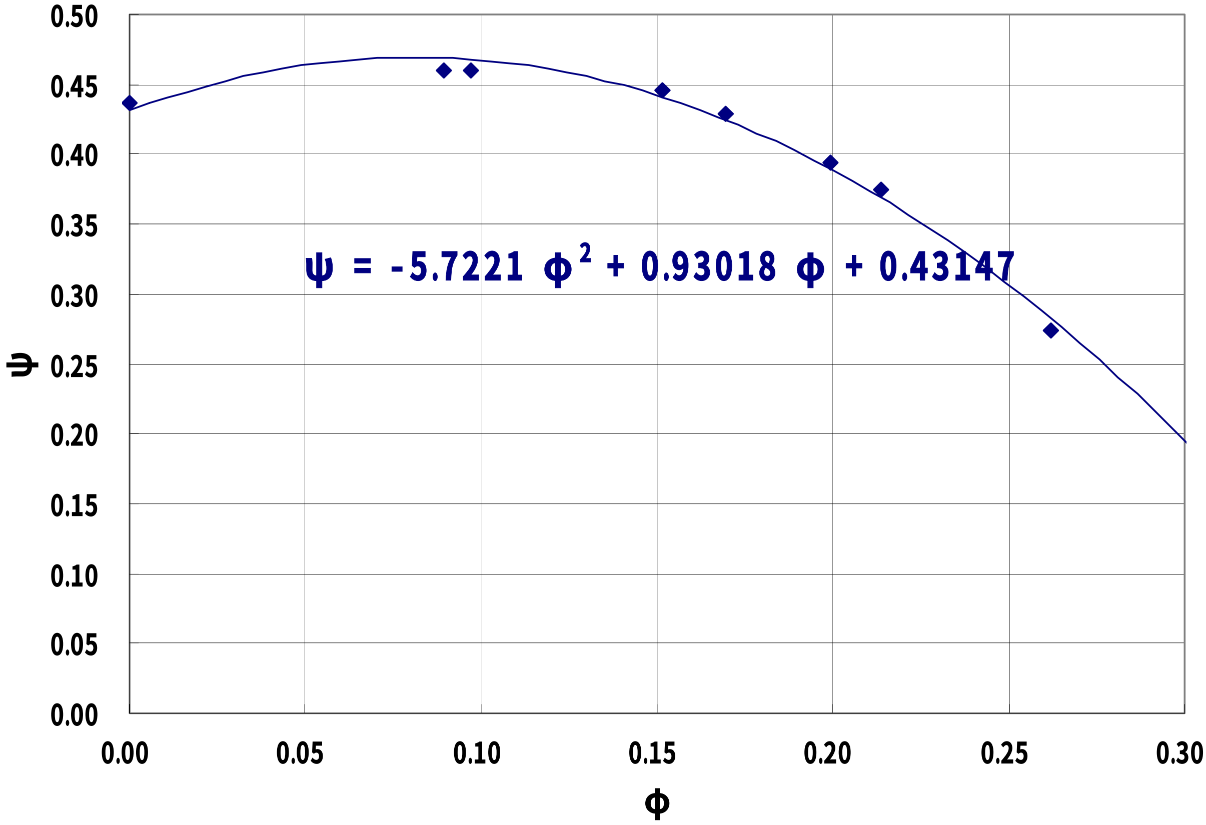


図11 ψ－φ特性曲線

（２） λw－φ曲線

図 12 に表５で得た流量係数φを横軸，水動力係数λw を縦軸にプロットする．

式(26)より水動力係数は次式で表されている．

$$\lambda_w = \frac{L_w}{\rho A_2 {u_2}^3} = \phi\psi$$

また，式(24)より，$\psi = a\phi^2 + b\phi + c$ であるので，

$$\lambda_w = \phi\psi = a\phi^3 + b\phi^2 + c\phi$$

と表現できる．したがって，近似曲線は三次の最小自乗曲線を用いる．

近似曲線は，

$$\lambda_w = -7.6495\phi^3 + 1.6235\phi^2 + 0.37498\phi \qquad ———(42)$$

であり，極値は，

$$(\phi,\ \lambda_W) = (0.21684,\ 0.079655) \qquad ———(43)$$

である．0≦φ≦0.21 の区間では右上がりの曲線，φ≧0.22 では右下がりの曲線となっていることがわかる．

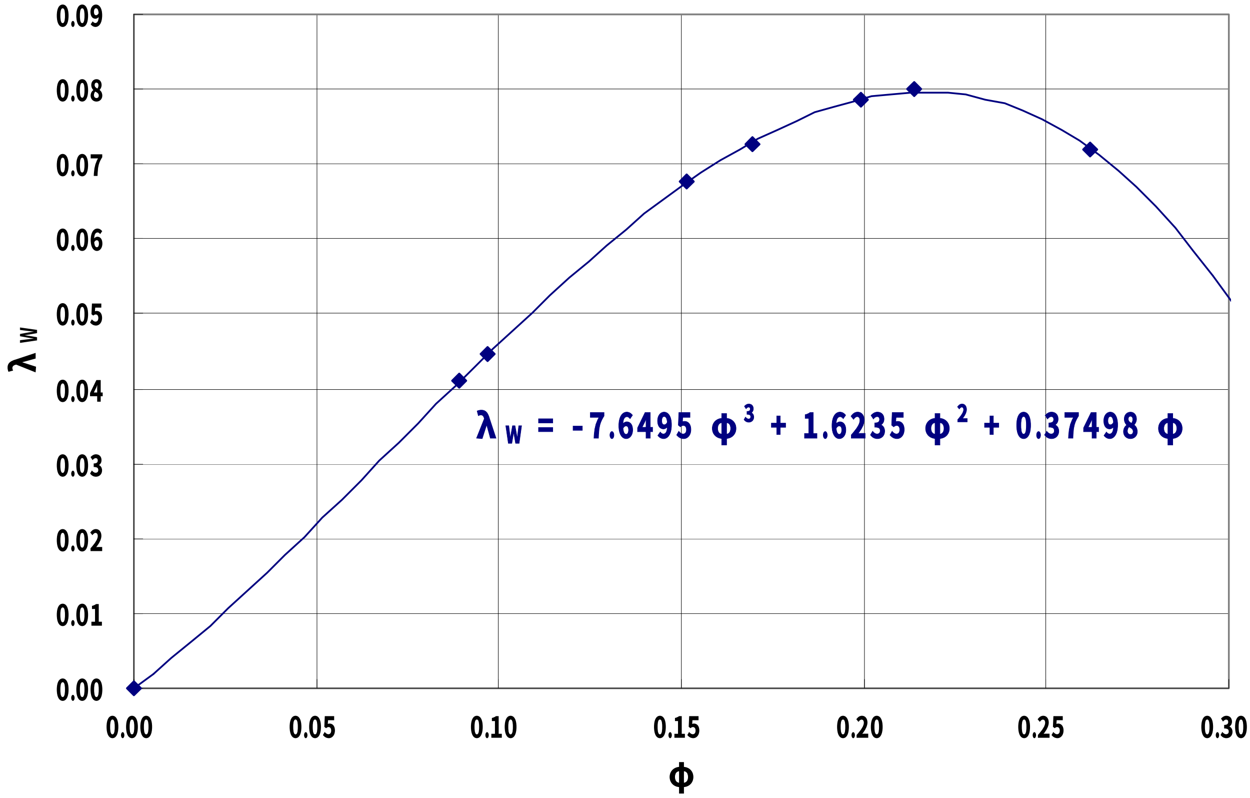


図12　λ W - φ特性曲線

（3）　λ－φ曲線

図 13 に表 5 で得た流量係数φを横軸，動力係数λを縦軸にプロットする．

式(27)より動力係数は次式で表されている．

$$\lambda = \frac{L}{\rho A_2 {u_2}^3}$$

ここで，軸動力Lは水動力 L_W，漏れ損失動力 L_ℓ，機械損失動力 L_m などの和で表すことができるので，

$$L = L_W + L_\ell + L_m$$

$$\Leftrightarrow \quad \lambda = \lambda_W + \lambda_\ell + \lambda_m \qquad ———(44)$$

漏れ損失は，機械の可動部分と静止部分の間などの隙間を通って外部へ漏れたり，エネルギを伝達する要素を通らずに高圧側から低圧側へ漏れる流体に費やされる損失である．漏れ流量を $\dot{m}_\ell$ とすれば，漏れによる損失動力は

$$L_l = \dot{m}_l \cdot \varDelta E \propto L_W$$

よって，$\lambda_w = \phi\psi = a\phi^3 + b\phi^2 + c\phi$ より

$$\lambda_w + \lambda_\ell = a\phi^3 + b\phi^2 + c\phi + d$$

一方，機械損失については，おもに軸受やしゅう動部，軸封部などの機会摩擦によって生じ，回転数に依存する．今回の実験では，回転数はほぼ一定の測定結果となっているので，

$$L_m = const \qquad \Leftrightarrow \ \lambda_m = const$$

また，この機械損失には無負荷状態の動力も含めて考える．

以上のことより，動力係数は，

$$\lambda = a\phi^3 + b\phi^2 + c\phi + d$$

と表現できる．したがって，近似曲線は三次の最小自乗曲線を用いる．

近似曲線は，

$$\lambda = -1.4763\phi^3 - 0.22435\phi^2 + 0.44485\phi + 0.034988 \qquad ———（45）$$

であり，極値は，

$$(\phi,\ \lambda) = (0.27029,\ 0.10968) \qquad ———（46）$$

である．近似曲線ではφ＞0.27 で右下がりの曲線となっているが，測定点は 0≦φ＜0.27 の範囲のみなのである．ちなみに，0≦φ＜0.27 では右上がりの曲線となる．

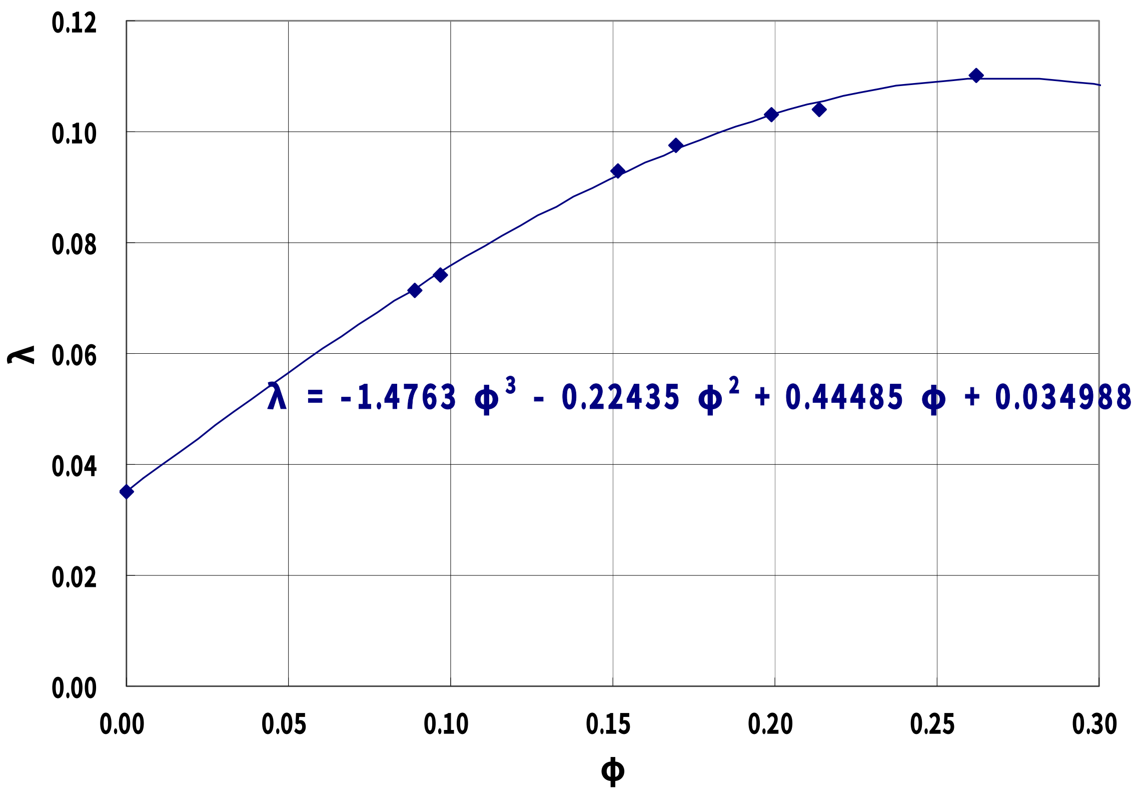


図13　λ - φ特性曲線

（4）　η－φ曲線

図 14 に表５で得た流量係数φを横軸，全効率ηを縦軸にプロットする．全効率は式(28)より，

$$\eta = \frac{L_w}{L} = \frac{\lambda_w}{\lambda} = \frac{\phi\psi}{\lambda}$$

で表される無次元数である．

近似曲線については，プロットしたグラフの形や，ηを表現するパラメータの水動力や軸動力が三次式であったことを考慮して，三次の最小自乗曲線で近似グラフを作成する．

近似曲線は，

$$\eta = 13.673\phi^3 - 26.906\phi^2 + 8.6270\phi \qquad ―――（47）$$

であり，極値は，

$$(\phi,\ \eta) = (0.18696,\ 0.76178) \qquad ―――（48）$$

である．

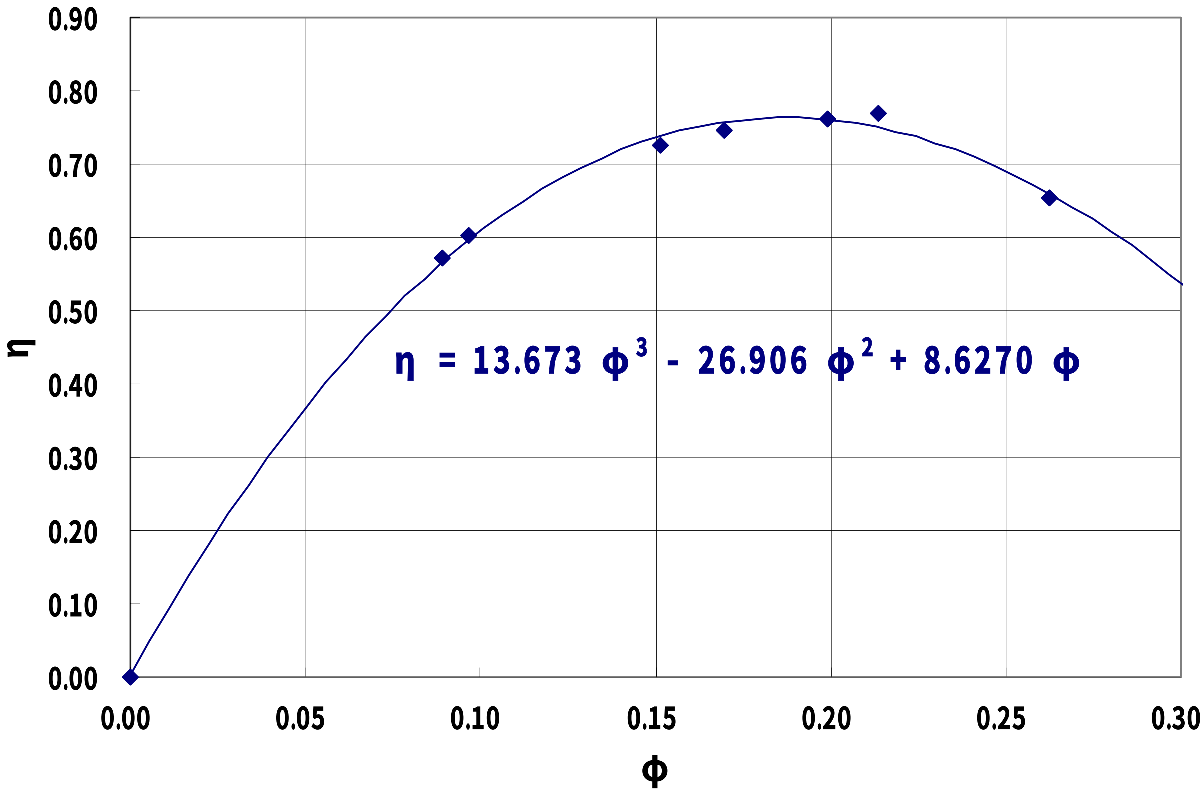


図14　η - φ特性曲線

（5）　K－φ曲線

図 15 に表５で得た流量係数φを横軸，形式数Kを縦軸にプロットする．

グラフは流量係数ϕが増加するに従い形式数Kも増加しつづけている．プロット点を見ると明らかに線形関係ではなく，２つの変曲点の存在が確認できる．

したがって，三次の最小自乗曲線を用いて近似グラフを作成する．近似曲線式は，

$$K = 109.88\phi^3 - 42.430\phi^2 + 7.6505\phi \qquad ―――（49）$$

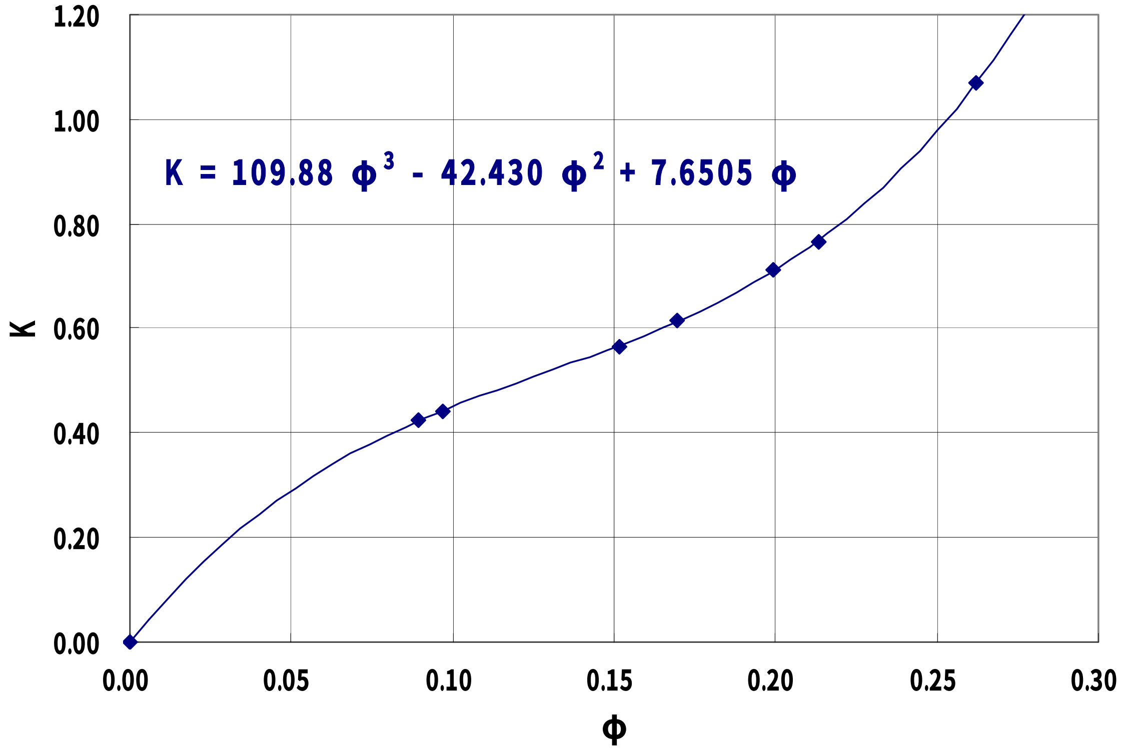


図15　K-φ特性曲線

5．3 最高圧力点

5．2節（1）の図11・ψ－φグラフより，

$$\psi = -5.7221\phi^2 + 0.93018\phi + 0.43147 \qquad ―――（40）$$

であり，頂点の座標は，

$$(\phi,\ \psi) = (0.081280,\ 0.46927) \qquad ―――（41）$$

ところで，

$$\psi = \frac{\Delta E}{{u_2}^2} = \frac{gH}{{u_2}^2} = \frac{P}{\rho {u_2}^2}$$

より，$\psi \propto P$ の関係があるので，$\psi_{\max}$ のとき $P_{\max}$ となる．

したがって，最高圧力点のφおよびψの値は，

$$\phi_p = 0.081280$$

$$\psi_p = 0.46927$$

となる．このときの λ_W，λ，η，Kの値は，それぞれの式に $\phi = \phi_p$ を代入して，

$$\lambda_{W\,p} = 0.037096$$

$$\lambda_p = 0.068871$$

$$\eta_p = 0.53079$$

$$K_p = 0.40052$$

５．４ 最高効率点

最高効率点は全効率ηが最も高い値を示すときのφの値を求めることで得られる．
５．２節（４）の図 14・η－φグラフより，

$$\eta = 13.673\phi^3 - 26.906\phi^2 + 8.6270\phi$$

であり，極値は，

$$(\phi,\ \eta) = (0.18696,\ 0.76178)$$

である．したがって，最高効率点での流量係数φおよび全効率ηは，

$$\phi_\eta = 0.18696$$

$$\eta_\eta = 0.76178$$

また，このときのλ_W，λ，η，Kの値は，それぞれの式に$\phi = \phi_p$を代入して，

$$\psi_\eta = 0.40537$$

$$\lambda_{W\eta} = 0.076865$$

$$\lambda_\eta = 0.10067$$

$$K_\eta = 0.66530$$

５．５ 設計点

設計点は効率が高く，かつエネルギ上昇も高い状態としたい．したがって，５．３節の最高圧力点と５．４節の最高効率点の間に設計点を設ける．

しかし，揚程係数ψと全効率ηでは値が異なるため，最高点を決定するのは難しい．そこで，ψとηをそれぞれの最高値で除すことにより規格化を行い，その２曲線の交点を設計点とする．

ψの最高値は$\psi_p = 0.46927$．式(40)より$\psi = -5.7221\phi^2 + 0.93018\phi + 0.43147$なので，

$$\psi' = \psi/0.46927 = -12.194\phi^2 + 1.9822\phi + 0.91945 \qquad ―――（50）$$

同様に，ηの最高値は$\eta_\eta = 0.76178$．式(47)より$\eta = 13.673\phi^3 - 26.906\phi^2 + 8.6270\phi$なので，

$$\eta' = \eta/0.76178 = 17.949\phi^3 - 35.320\phi^2 + 11.325\phi \qquad ―――（51）$$

これらのグラフを図 16 に示す．このときの交点の値は，式(50),(51)より

$$-12.194\phi^2 + 1.9822\phi + 0.91945 = 17.949\phi^3 - 35.320\phi^2 + 11.325\phi$$

$$\Leftrightarrow \quad 17.949\phi^3 - 23.156\phi^2 + 9.3428\phi - 0.91945 = 0$$

$$\therefore \quad \phi = 0.14417$$

したがって，流量係数φ＝0.14417 のときを設計点とする．

このときの揚程係数ψは，

$$\psi = 0.44664$$

であるので，流量Qおよび揚程Hは，

$$n = 1720 - \frac{1720 - 1690}{0.151388 - 0.096844}(0.151388 - 0.14417) = 1694.0\ \text{[rpm]}$$

$$Q = \phi \cdot A_2 u_2 = 0.016124\ \ [\mathrm{m^3/s}]\ = 0.96744\ [\mathrm{m^3/min}]$$

$$H = \frac{u_2{}^2\psi}{g} = 14.430\ \ [\mathrm{m}]$$

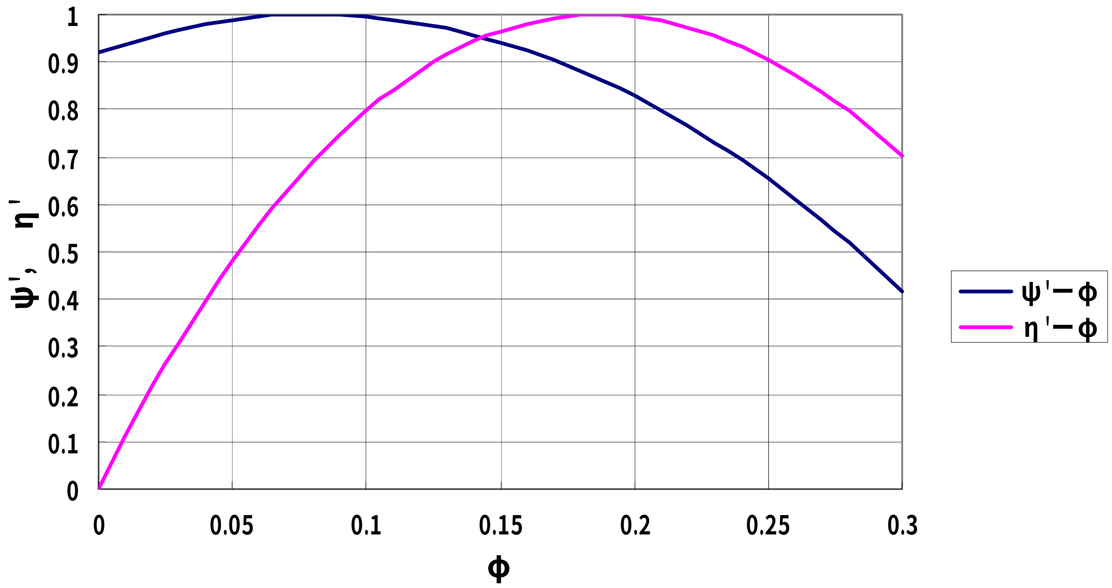


図16　設計点

５．６ ポンプの形式と形式数

５．５節より求めた設計点の流量係数φを式(49)の形式数の式に代入すると，

$$K = 0.55033$$

また，比速度は５．５節で求めた回転数ｎ，流量Ｑおよび全ヘッドＨを用いて，

$$n_s = n\frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} = \frac{1694.0 \times 0.96744^{1/2}}{14.430^{3/4}} = 225.05 \qquad \text{[rpm,　m}^3\text{/min,　m]}$$

≪ポンプの形式と比速度の関係≫

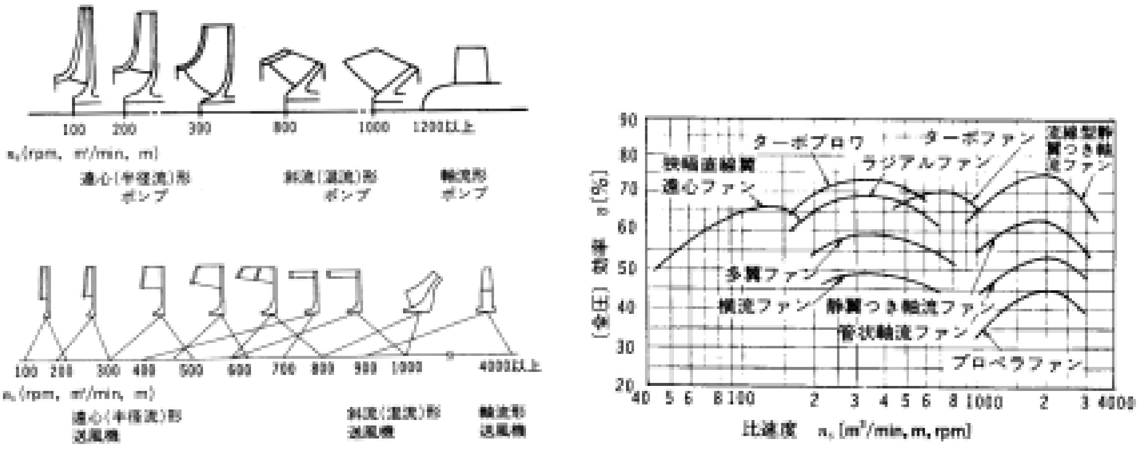


図 17　比速度とポンプ形状の関係

羽根車の形式（遠心・斜流・軸流）に応じて使用可能な比速度および最大効率の比速度が存在する．例えば同一流量を出す各種ポンプの揚程，大きさを比較すると，ディフューザポ

ンプが最も大きく，遠心ポンプ，斜流ポンプ，軸流ポンプの順に小さくなる．この時これらの n_s の使用可能範囲は，n_s ＜200 でディフューザポンプ，n_s ＝100～500 で遠心型，n_s ＝500～1000 で斜流型，n_s ＞1000 が軸流型と分けられている．

また，一般に n_s の大きいポンプでは高速小型である．すなわち n_s の異なる２つのポンプが，ある決まった流量の要求に応じるためには，n_s の大きいポンプほど n_s に比例して回転数 n が大きくなり，高回転となる．

今回の実験では，比速度の設計点が n_s ＝225[rpm，m³/min，m]であるので，ポンプ形式では遠心ポンプが最も効率の良いポンプといえる．

６．　課題

６．１　形式数および比速度の導出

p.10，p.11 参照

６．２　直角三角せきの流量公式の導出

p.12，p.13 参照

６．３　キャビテーションの防止法

キャビテーションは，流体機械の作動流体（液体）が低圧となった際，その圧力が飽和蒸気圧力 p_v を下回り，気化することで発生する問題である．したがって，キャビテーションの抑制条件は最低圧力時（最大流速時）の圧力が飽和蒸気圧を上回っていればよいので，

$$p_{\min} > p_v$$

$$\Leftrightarrow \quad p_t = \frac{1}{2}\rho\cdot V_{\max}^2 + p_{\min} > \frac{1}{2}\rho\cdot V_{\max}^2 + p_v \qquad （p_t\text{；全圧，両辺に}+\frac{1}{2}\rho\cdot V_{\max}^2）$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}\rho\cdot V_{\max}^2 < p_t - p_v$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{V_{\max}^2}{2g} < \frac{p_t - p_v}{\rho g} \qquad ———（52）$$

ここで，有効吸込ヘッド；NPSHA および必要吸込ヘッド；NPSHR を導入すると，

$$NPSH_A = \frac{p_t - p_v}{\rho g} = H_a - h - H_{loss} - H_v$$

$$NPSH_R = \frac{V_{\max}^2}{2g}$$

であるので，式(53)のキャビテーション抑制条件は，

$$NPSH_R < NPSH_A$$

ここで，H_a；吸込み水面圧，ｈ；吸込高さ，H_{loss}；損失ヘッド

H_v；水の飽和蒸気圧ヘッド

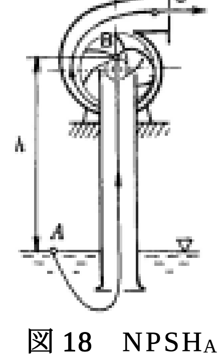


図 18　NPSHA

したがって，キャビテーションの予防方法としては $NPSH_A$ を大きくするか，$NPSH_R$ を小さくする方法を考えればよい．

$NPSH_A$ を大きくする方法としては，

① 吸込管径を大きく取り，吸込速度を下げて損失ヘッドを小さくする．
② ポンプを低い位置に設置して，ポンプ基準面に対する吸上げ高さｈを小さくする．
③ ポンプ入口の流体温度を低くすることにより，飽和水蒸気ヘッドを小さくする．
④ 流体の供給タンクに加圧する．

$NPSH_R$ を小さくする方法としては，

⑤ ポンプの回転数を小さくする．
⑥ 二段吸込ポンプの利用
⑦ 羽根車入口での圧力低下量を小さくする．
具体的な例としては，羽枚数を減らす，入口径を大きくする，羽根前縁に適度な丸みをつける，ケーシングの曲率を大きくすることなどが言われているが，性能を大きく改善するほど有効ではない．

６．４ サージング

ポンプサージのモデルを考える．

図 19　ポンプサージモデル

タンクへの流入出の質量保存より，

$$\rho A_1 u_1 dt - \rho A_2 u_2 dt = \rho S(h + dh) - \rho Sh$$

$$\Leftrightarrow \qquad \rho A_1 u_1 - \rho A_2 u_2 = \rho S \frac{dh}{dt}$$

$M_1 = \rho A_1 u_1$，$M_2 = \rho A_2 u_2$ とすると，

$$\therefore \quad M_1 - M_2 = \rho S \frac{dh}{dt} \qquad ―――（53）$$

ポンプ下流配管内の運動量保存より

$$\frac{d(\rho A_1 L u_1)}{dt} = P_1 A_1 - P_2 A_1 \qquad ―――（54）$$

また，タンク内の圧力は，

$$P_2 = \rho g h$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dP_2}{dt} = \rho g \frac{dh}{dt} \qquad ―――（55）$$

よって，ポンプサージの基礎式は,

$$\begin{cases} M_1 - M_2 = \alpha \dfrac{dP_2}{dt} \\ L\dfrac{dM_1}{dt} = \beta(P_1 - P_2) \end{cases} \qquad \alpha = \frac{s}{g}, \quad \beta = \frac{A_1}{L} \qquad \begin{aligned} &——(56) \\ &——(57) \end{aligned}$$

式(56),(57)に対して，微小擾乱展開を行なう.

$$(56) \Leftrightarrow \quad (M_1 + m_1) - (M_2 + m_2) = \alpha \frac{d(P_2 + p_2)}{dt}$$

上式と式(56)の差をとって,

$$m_1 - m_2 = \alpha \frac{dp_2}{dt} \qquad ———（58）$$

$$(57) \Leftrightarrow \quad \frac{d(M_1 + m_1)}{dt} = \beta\{(P_1 + p_1) - (P_2 + p_2)\}$$

同様にして，

$$\frac{dm_1}{dt} = \beta(p_1 - p_2) \qquad ———（59）$$

吐出圧力が質量流量の関数として，$P_1 = \psi(M_1)$ として微小擾乱展開すると,

$$\begin{aligned} (P_1 + p_1) &= \psi(M_1 + m_1) \\ &= \psi(M_1) + \frac{\partial \psi}{\partial M} \cdot m_1 \qquad （テーラー展開） \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \quad p_1 = \psi' \cdot m_1 \qquad ———（60）$$

流れ損失が質量流量の関数として，$P_2 = \Psi(M_2)$ とすると，　（Ψ ；抵抗特性）

$$(P_2 + p_2) = \Psi(M_2 + m_2) = \Psi(M_2) + \frac{d\Psi}{dM} \cdot m_2$$

$$\Leftrightarrow \quad p_2 = \Psi' \cdot m_2 \qquad ———（61）$$

したがって，式(58),(59)に式(60),(61)を代入して,

$$\begin{cases} m_1 - m_2 = \alpha\Psi' \dfrac{dm_2}{dt} \\ \dfrac{dm_1}{dt} = \beta(\psi' m_1 - \Psi' m_2) \end{cases} \qquad \begin{aligned} &——(62) \\ &——(63) \end{aligned}$$

$$(63) \Leftrightarrow \quad m_2 = \frac{1}{\beta\Psi'}\left(\beta\psi' m_1 - \frac{dm_1}{dt}\right) = \frac{\psi'}{\Psi'} m_1 - \frac{1}{\beta\Psi'} \cdot \frac{dm_1}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dm_2}{dt} = \frac{\psi'}{\Psi'} \cdot \frac{dm_1}{dt} - \frac{1}{\beta\Psi'} \cdot \frac{d^2 m_1}{dt^2}$$

これを式(62)に代入すると,

$$m_1 - \left(\frac{\psi'}{\Psi'} m_1 - \frac{1}{\beta\Psi'} \frac{dm_1}{dt}\right) = \alpha\Psi'\left(\frac{\psi'}{\Psi'} \cdot \frac{dm_1}{dt} - \frac{1}{\beta\Psi'} \cdot \frac{d^2 m_1}{dt^2}\right)$$

したがって，サージの微小擾乱方程式は，

$$\frac{d^2 m_1}{dt^2}+\left(\frac{1}{\alpha\Psi'}-\beta\psi'\right)\frac{dm_1}{dt}+\frac{\beta}{\alpha}\left(1-\frac{\psi'}{\Psi'}\right)m_1=0 \qquad ——— (64)$$

常微分方程式における安定条件として，各係数が正の数であれば安定振動となる．
よって，安定条件は，

$$\frac{1}{\alpha\Psi'}-\beta\psi'>0 \quad , \qquad \frac{\beta}{\alpha}\left(1-\frac{\psi'}{\Psi'}\right)>0$$

ここで，$\alpha=S/g>0$，$\beta=A_1/L>0$．また，抵抗特性は$\Psi'>0$である．

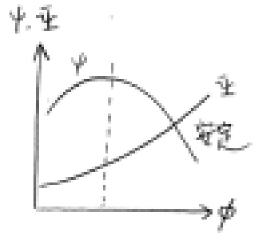
◆　右下がりの時；$\psi'<0$

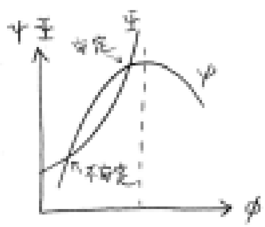
$\frac{1}{\alpha\Psi'}-\beta\psi'>0$，　$\frac{\beta}{\alpha}\left(1-\frac{\psi'}{\Psi'}\right)>0$　が常に成り立つので安定．

◆　右上がりの時；$\psi'>0$

$\psi'<\Psi'<\frac{1}{\alpha\beta\psi'}$　の時，安定．

$\Psi'<\psi'$，$\frac{1}{\alpha\beta\psi'}<\Psi'$　の時，不安定．





≪サージングの防止方法≫

サージングの防止するためには，ターボ機械を右上がり特性部で使用しないこと，あるいは，管路を含めた系の平衡点を安定化することが基本である．以下にサージングの防止方法を挙げる．

（ｉ）低流量域で圧力ー流量曲線に右上がり特性の少ない羽根車を設計あるいは選択する．遠心式羽根車では，羽根車出口角を小さくすれば右上がり特性は生じにくくなる．その反面性能は低下する．

（ii）使用流量が低流量でも，羽根車を通過する流量が圧力ー流量特性の右上がり部分にならないようにする．このため，①吐出し流量の一部を大気に放出するか（空気機械の場合），あるいはバイパスにより吸込側に戻す．②回転数をおとしてやり右上がり部分を狭くする．

（iii）流れの抵抗を大きくし，平衡点の安定化や振動の抑制をはかる．このため，羽根車になるべく近い所でなるべく近いところで流れを絞る．ただしポンプでは，キャビテーション防止上吸込側で流れを絞ることは絶対に避けなければならない．

（iv）吐出し側管路の容量要素をなるべく小さくし，平衡点の安定化をはかる．送風機や圧縮機では，タンクなどがなくても気体の圧縮性により，サージングが発生しやすいので，管路の特性にかかわらず，サージ線以下での使用を避ける．ポンプ系では，タンク容量をなるべく小さくし，管路の空気抜きを十分に行なって空気溜りを排除する．

（ｖ）管路長さを長くすること，管路径を小さくすることも平衡点の安定化につながる．

７． 結言

今回は，遠心ポンプの性能実験を行い，設計点，比速度・形式数の決定，特性曲線を求めた．

特性曲線は，

揚程係数；$\psi = -5.7221\phi^2 + 0.93018\phi + 0.43147$

水動力係数；$\lambda_w = -7.6495\phi^3 + 1.6235\phi^2 + 0.37498\phi$

動力係数；$\lambda = -1.4763\phi^3 - 0.22435\phi^2 + 0.44485\phi + 0.034988$

全効率；$\eta = 13.673\phi^3 - 26.906\phi^2 + 8.6270\phi$

形式数；$K = 109.88\phi^3 - 42.430\phi^2 + 7.6505\phi$

設計点は，流量係数φ＝0.14417，揚程係数$\psi = 0.44664$とすると，そこでの流量Ｑおよび揚程Ｈは，

$$Q = \phi \cdot A_2 u_2 = 0.016124 \ \ [\mathrm{m^3/s}] = 0.96744\ [\mathrm{m^3/min}]$$

$$H = \frac{u_2{}^2 \psi}{g} = 14.430 \ \ [\mathrm{m}]$$

さらに，比速度および形式数は，

比速度；$n_s = 225.05$[rpm，m³/min，m]

形式数；$K = 0.55033$

であった．

また，流体機械に関してキャビテーションやサージングについての学習，およびそれらの防止法について理解できた．

≪参考文献≫

１）ターボ機械協会 編，ターボ機械－入門編－，日本工業出版（2002）
２）井上雅弘・鎌田好久 共著，流体機械の基礎，コロナ社（1999）
３）宮井善弘・木田輝彦・仲谷仁志 共著，水力学，森北出版（1983）
４）加藤洋治 編著，キャビテーション－基礎と最近の進歩－，槙書店（1999）