

1 . 目的

今回の実験は、3次元 CAD を用いた作図を体験すること。また、これまでに行ってきたドラフタ等を用いた直接の作図法との比較・検討すること。そして、CAD ソフトウェアで用いられている一般的・基本的な図形処理の計算方法を調べ、考察することで、コンピュータグラフィックスに対する理解を深めることが主な目的である。CAD での作図は、ドラフタなどで製図を行う時とは異なる手法・概念が必要となるため、その部分の経験および適応が重要項目となる。

また、今回の実験では汎用的な 3 次元 CAD ソフトウェアである AutoCAD (2004・おそらくはアカデミック版) を使用する。

2 . CAD での作図

図 1 ~ 4 にそれぞれ課題として定められた図形のコピーを貼り付ける。

実験課題は以下の 3 課題である。

課題 1 : プール演算による 3 次元図の作成

課題 2 : 自由曲線を用いた 3 次元図の作成

課題 3 : V ブロックの正面図と 3 次元図の作成

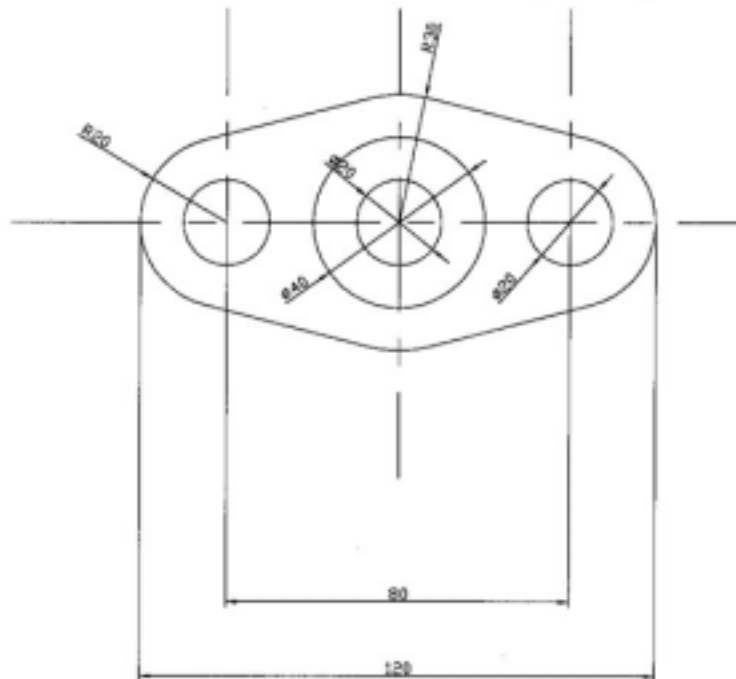


図 1 課題 1・寸法表示

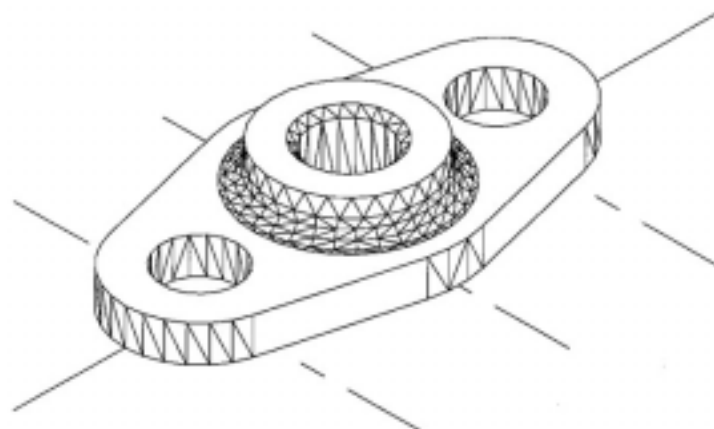


図2 課題1・レンダリング図形

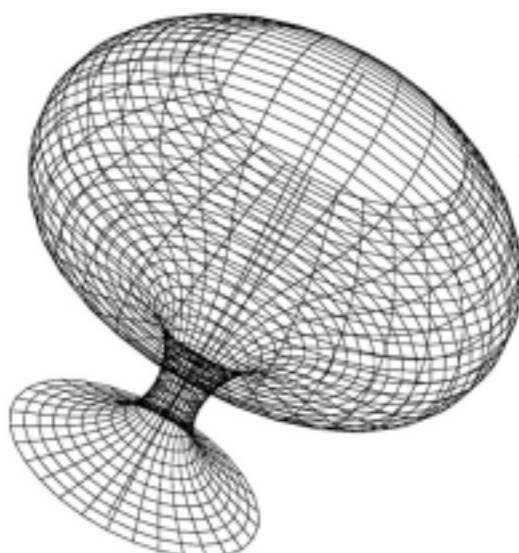


図3 課題2

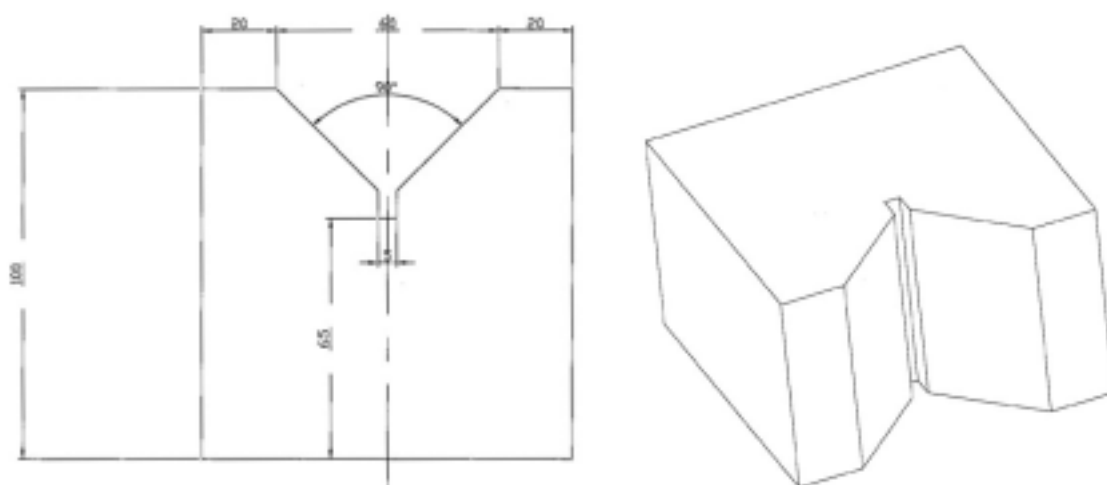


図4 課題3_寸法表示と立体画像

3 . CAD の利点・欠点

近年のコンピュータ技術の発達と共に、CAD 用のハードウェア・ソフトウェアも発展し、現在の製造・加工メーカーは何らかの形で CAD システムを導入している。

CAD には、設計業務にコンピュータを利用し、データベースを共通に使用することによりコンピュータコミュニケーションを図ることができ、設計に要する期間短縮とそれに伴うコストの低減ができる利点がある。設計という作業は、過去に使われた実績のあるものや、その多少の変形であることが多く、また、それらの組み合わせ方においても過去の繰り返しである部分が多い。コンピュータコミュニケーションにより、過去に作られた図面を取り出してきて、その一部分を抜き出したり、一部の寸法を変えたり、他のものと組み合わせるなど編集作業は CAD を用いれば簡単に行うことができる。また、作図作業中にミスがあった際、ドラフタと鉛筆を用いた作図では修正は骨を折る作業であり、細かい図面であればあるほど時間と労力がかかる。その点 CAD であれば簡単に修正・編集することが可能である。

製品の開発期間は短ければ短いほど、競争上有利である。また、現在の市場ニーズは多様化・短期間化しており、開発期間が長いほどユーザーニーズの先行き予測は困難になり、商品企画がよりいっそう難しくなってしまう。したがって、この設計期間の短縮は CAD において最大の利点となる。

二つ目の利点として品質の向上が挙げられる。CAD で作図を行えば図面を写す作業はもはや不要であり、データをファイルとして相手に渡すことにより情報伝達ミスをなくすることができる。また、CAD に設計に必要なノウハウをサポートさせる機能を持たせれば、経験の少ない設計者でも熟練者に匹敵する作業が行えるようになり、勘や経験による品質の不均一の防止を図ることができる。近年、設計製造の作業は、質・量ともに年々増加し、通常的要員の増強・養成では対処しきれなくなっており、設計者の負担軽減手段としての CAD の利点が重要視される。

その他の利点としては、3 次元形状を表現する際、紙面上ではうまく表現することはできないが 3 次元 CAD では形状モデルの回転や形状のレンダリングを用いることにより 3 次元形状を表現することに優れている。また、グリッド表示やスナップ機能、数値入力をするだけで、正確な寸法が表示することができ、ドラフタ等の定規を用いるよりずっと正確に製図することができる。

CAD の欠点としては、システムを導入するのに多大な投資を必要であること。ある程度、製図の知識を持ち、かつ CAD の操作に必要なコマンドを覚えなければならないことが挙げられる。また、細かい作図の必要な製図の際、コンピュータディスプレイでは細かい部分が見づらく、かといって拡大すると全体を捉えることができなくなってしまう。そのためデザイナーによっては CAD を嫌って、ドラフタを用いて製図を行うといった話を聞いたことがある。

4 . 図形処理法

座標系内での移動や拡大などでは、座標変換と呼ばれ、様々な図形変換はこの座標変換によって表現できる。平行変換、回転変換、スケーリング（拡大・縮小）変換、対象（鏡像）変換がある。

座標変換には、代数方程式か行列の表現を用いる。

$$X = ax + dy + gz + l$$

$$Y = bx + ey + hz + m$$

$$Z = cx + fy + iz + n$$

または,

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} T$$

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & 0 \\ j & m & n & 0 \end{bmatrix}$$

ここで T は座標値 $[x \ y \ z]$ を $[X \ Y \ Z]$ に変換する行列である。また, いろいろな変換を同時に複合して扱う場合便利のように同次座標による表現を用いる。同次座標においては変換行列は3次元では 4×4 となる。同次座標を用いて行う変換を同次変換という。

以下の4つの基本的変換の図形処理手法について考える。

- (1) 移動
- (2) 回転
- (3) 拡大・縮小
- (4) 鏡像

(1) 平行移動変換

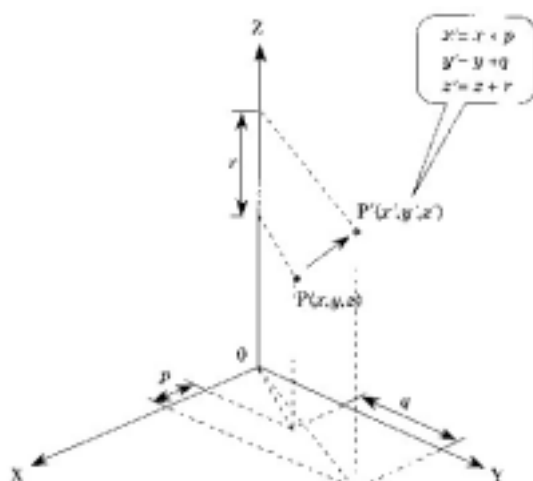


図5 平行移動²⁾

図5のように, 3次元座標系内の点 (x, y, z) が点 (x', y', z') に移動した時, その移動量を x, y, z 軸方向にそれぞれ p, q, r とすれば次の式が成り立つ。

$$x' = x + p$$

$$y' = y + q$$

$$z' = z + r$$

これをベクトル形式で書き換える。ただし, 同次座標を用いる。

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & q & r & 1 \end{bmatrix}$$

または,

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ p & q & r & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 回転変換

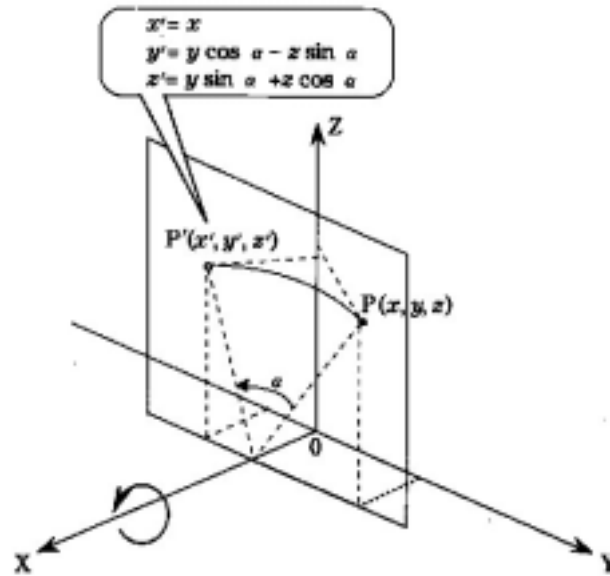


図6 回転変換²⁾

図6のようにX軸まわりに角度 α だけ回転した場合，

$$x' = x, \quad y' = y \cos \alpha - z \sin \alpha, \quad z' = y \sin \alpha + z \cos \alpha$$

となることがわかる．

これをマトリックス表示すると以下のように書ける．

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Y軸，Z軸についても同様にマトリックス表現できる．

Y軸まわりに角度 β だけ回転した場合，

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Z軸まわりに角度 γ だけ回転した場合，

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3) 拡大・縮小変換

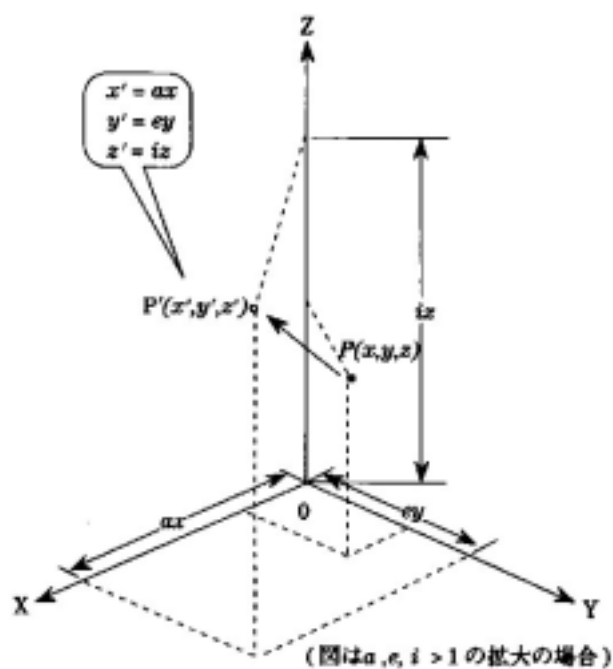


図7 拡大・縮小変換²⁾

図7のように，原点(0,0,0)を中心にした拡大・縮小変換では，点 (x, y, z) が x, y, z 軸方向にそれぞれ a, e, i 倍されて，点 (x', y', z') になる代数式は次式で表される．

$$x' = ax$$

$$y' = ey$$

$$z' = iz$$

これをマトリックス表示すると，

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) 鏡像変換

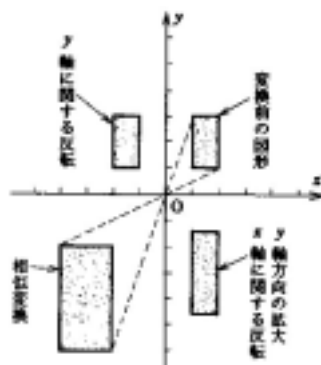


図8 鏡像変換³⁾

X 面对称に鏡像を作る際の代数式は，

$$x' = -x$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

したがって，マトリックス表示は，

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

同様に，Y 面鏡像変換では，

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Z 面鏡像変換では，

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

では，具体的な例で確認してみよう．

図 9 に示す図形移動（回転・並進）を行ったとき，点 B' の座標 x', y' を点 B の座標 x, y を用いて示してみる．また，鏡像変換をした図形の点 B'' の座標 x'', y'' を点 B の座標 x, y を用いて示す．

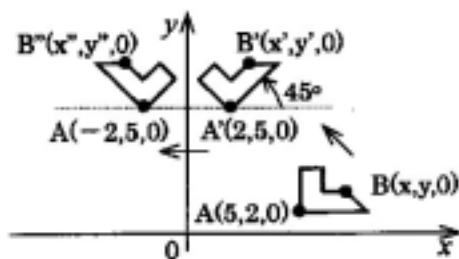


図 9 回転と並進，鏡像

この変換を考えるにあたって，次の図 10 の手順で考えていく．

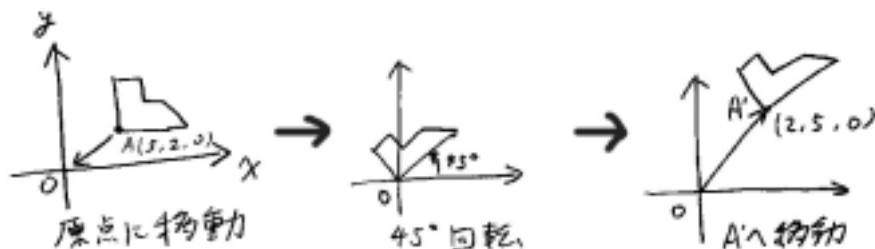


図 10 図形変換手順

したがって,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ & 0 & 0 \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{3\sqrt{2}}{2} & -\frac{7\sqrt{2}}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{3\sqrt{2}}{2} + 2 & -\frac{7\sqrt{2}}{2} + 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

代数式で表せば,

$$\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + 2 - \frac{3}{2}\sqrt{2} \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + 5 - \frac{7}{2}\sqrt{2} \\ z' = z = 0 \end{cases}$$

つづいて, y 軸鏡像は, 今求めた図形をさらに鏡像変換すればよいので,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x'' & y'' & z'' & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{3\sqrt{2}}{2} + 2 & -\frac{7\sqrt{2}}{2} + 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{3\sqrt{2}}{2} - 2 & -\frac{7\sqrt{2}}{2} + 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

代数式で表せば,

$$\begin{cases} x'' = -x' = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y - 2 + \frac{3}{2}\sqrt{2} \\ y'' = y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + 5 - \frac{7}{2}\sqrt{2} \\ z'' = z' = z = 0 \end{cases}$$

5 . 面積計算・容積計算

5 . 1 面積・容積の算出

(1) 面積の算出

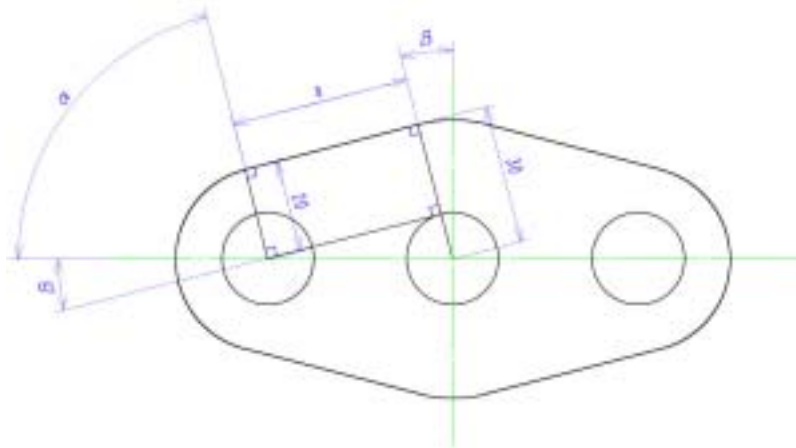


図 11 面積計算方法

まず，課題 1 の底面の面積を求めるにあたって，図 11 のように補助線を引き，図示するようにそれぞれ長さ a ，角度 α ， β と表す．

三平方の定理より長さ a は，

$$a = \sqrt{40^2 - 10^2} = 38.72983346 \dots^\circ$$

また，角度 β は三角関数の逆関数より，

$$\beta = \cos^{-1} \frac{a}{40} = 14.47751219 \dots^\circ$$

したがって， α は，

$$\alpha = 90 - \beta = 75.52248781 \dots^\circ$$

である．

よって，求める面積 S は，

$$\begin{aligned} S &= \left[(20 + 30) \times a \times \frac{1}{2} + \pi \times 20^2 \times \frac{\alpha}{360} + \pi \times 30^2 \times \frac{\beta}{360} \right] \times 4 - 3 \times \pi \times 10^2 \\ &= 4439.822867 \dots \\ &\approx 4439.8229 \end{aligned}$$

(2) 体積の算出

課題1の構成要素を次のように分解する．

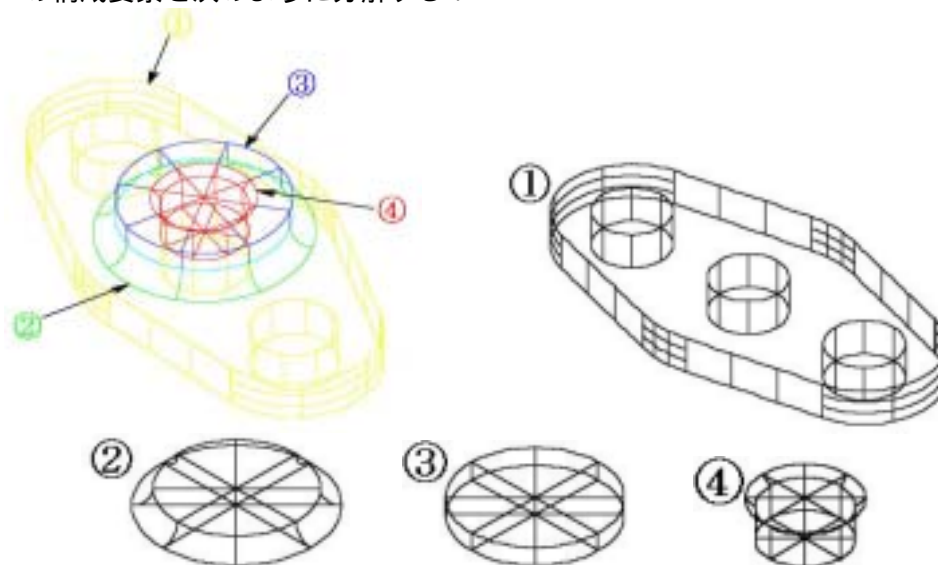


図 12 課題1の体積計算方法

このように分解すると，求める体積 V は，

$$V = \quad + \quad + \quad -$$

ここで， $\quad$ ， $\quad$ ， $\quad$ ， $\quad$ の体積をそれぞれ V_1, V_2, V_3, V_4 とする．

(1) で求めた底面積 S を用いる．

$$V_1 = S \times 10 = 44398.22867 \dots$$

この図形は回転体であるので， V_2 を次のように求める．

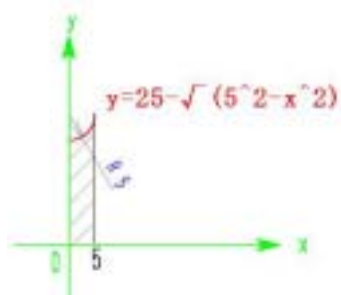


図 13 回転体体積

$$\begin{aligned} V_2 &= \int_0^5 \pi y^2 dx \\ &= \pi \int_0^5 (25 - \sqrt{5^2 - x^2})^2 dx \\ &= \pi \int_0^5 (625 - 50\sqrt{25 - x^2} + 25 - x^2) dx \\ &= \pi \left[650x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^5 - 250\pi \int_0^5 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{5}\right)^2} dx \end{aligned}$$

ここで, $t = \frac{x}{5}$ とすると, $\frac{dx}{dt} = 5$, $\begin{array}{|c|c|} \hline x & 0 \rightarrow 5 \\ \hline t & 0 \rightarrow 1 \\ \hline \end{array}$ なので

$$\Leftrightarrow V_2 = 10079.27643 \dots - 1250\pi \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$$

ところで,

$$\begin{aligned} \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt &= \left[t\sqrt{1-t^2} \right]_0^1 - \int_0^1 t \frac{d}{dt} (\sqrt{1-t^2}) dt \\ &= \int_0^1 \frac{t^2}{\sqrt{1-t^2}} dt \\ &= \int_0^1 \frac{1-(1-t^2)}{\sqrt{1-t^2}} dt \\ &= -\int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt + \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} \\ \therefore \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt &= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1}{2} [\text{Sin}^{-1}t]_0^1 = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

よって,

$$V_2 = 10079.27643 \dots - 1250 \cdot \frac{\pi^2}{4} = 6995.025055 \dots$$

$$V_3 = \pi \times 20^2 \times 5 = 6283.185307 \dots$$

$$V_4 = \pi \times 12^2 \times 12 \times \frac{1}{3} - \pi \times 10^2 \times 10 \times \frac{1}{3} + \pi \times 10^2 \times 8 = 3275.63394 \dots$$

よって, ~ より求める体積 V は,

$$V = V_1 + V_2 + V_3 - V_4 = 54400.8050 \dots$$

5.2 コンピュータの面積および体積（容積）計算手法

(1) 面積計算手法

CAD では曲線の構成する面の面積を求めることができる．それらの計算手法を考えるに当たって, まず簡単化のために多角形の面積の計算手法を考えてみよう．

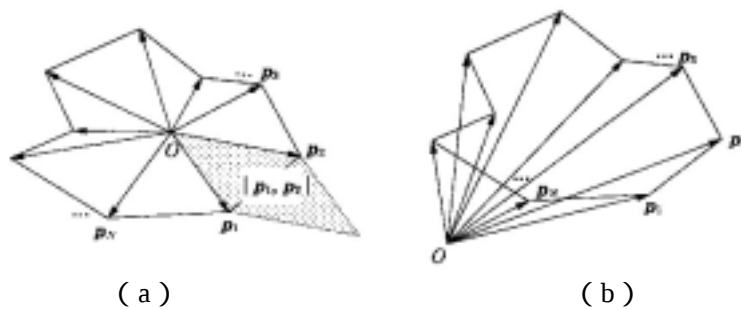


図 14 多角形の面積計算手法⁴⁾

図 14 (p.12) において，原点 O と点 p, p' の作る三角形の面積は $|p, p'|/2$ であるから，点 $p_1, \dots, p_N$ をこの順に連続する頂点とする多角形の面積は次のように計算できる．

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N |p_i, p_{i+1}|$$

ただし，頂点 p_{N+1} を頂点 p_1 と同一視し，頂点 $p_1, \dots, p_N$ がこの順に反時計回りのときに面積が正，時計回りのときに負と約束する．そうすれば，(b) のように原点が多角形の外にあっても，隣り合うベクトルの作る N 個の三角形の重なり合う部分で正負の面積が打ち消しあって正しい面積が得られる．

曲面の構成する面の面積を求める際はこれを拡張し，面の外形線を微小に分割し微小な三角形の和として面の面積を求めることが可能である．

$$S = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N |p_i, p_{i+1}|$$

(2) 体積計算手法

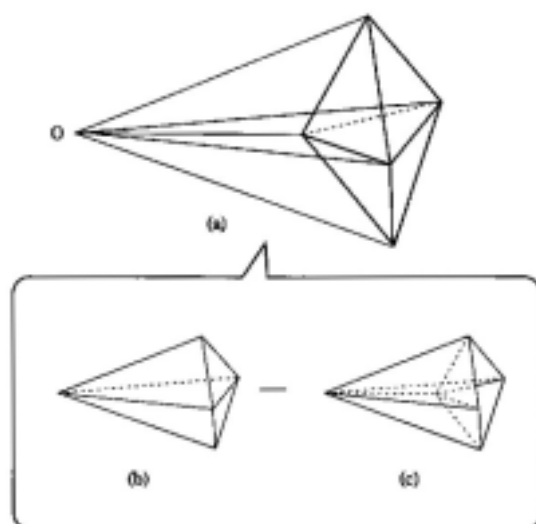


図 15 多面体の体積²⁾

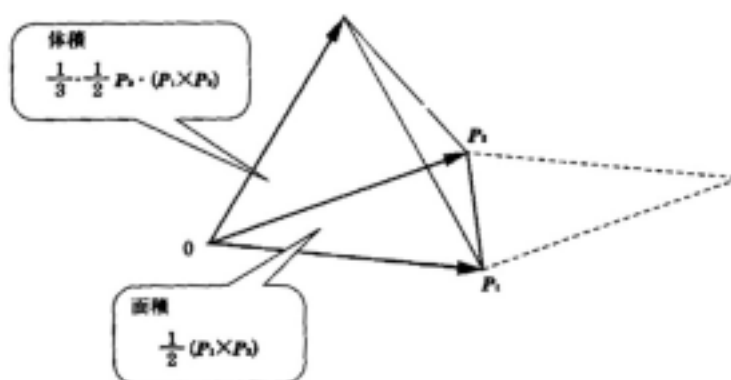


図 16 三角錐の体積²⁾

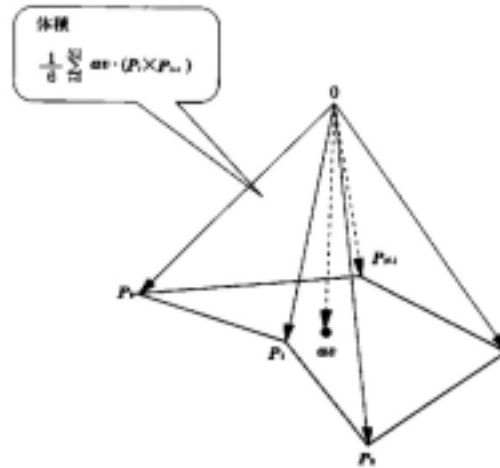


図 17 錐体の体積²⁾

面積の算出法を拡張して体積も同様に算出することが可能である．ここでも(1)と同様に簡単化のために多面体の体積計算の手法をまず考える．例えば，図 15 (p.13) に示す六面体の場合，その六面体を構成する各々のポリゴン(この例では三角形) を底面として，原点 O を頂点とした錐体の体積を順次加算して求めればよい．このとき各々のポリゴンの頂点を一定方向に定めておけば，原点 O から見て時計周りか反時計周りかによって体積の符号が異なるので，結果としては多面体の面積が求まることとなる．すなわちすべての錐体の体積を加算することは (b) の多面体の体積から (c) の多面体の面積を引くことになる．

ところで錐体の体積は三角錐の体積の応用で容易に算出できる．例えば図 16 (p.13) に示すような頂点 O , P₁ , P₂ , P₃ からなる三角錐の体積 V_t は頂点の位置ベクトルをそれぞれ P₁ , P₂ , P₃ とすると，斜線部の底面積は 1/2 |P₁ , P₂ | であるから，

$$V_t = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \mathbf{P}_3 \cdot (\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)$$

で求められる．したがって，図 17 に示すような頂点数 N の底面を持つ錐体の体積 V_p は各頂点の位置ベクトルを P_i とすると上式より，

$$V_p = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^N \mathbf{av} \cdot (\mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_{i+1}) \quad (\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_N)$$

となる．ただし，av は多角形の平面上の点の位置ベクトルであり，ここでは各頂点の位置ベクトルの平均ベクトルとして次式としている．

$$\mathbf{av} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i}{N}$$

したがって，多面体の面数が M 枚で構成されていると，求める多面体の体積 V は次式で求められる．

$$V = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^M \mathbf{av}_i \cdot \sum_{j=1}^N (\mathbf{P}_{i,j} \times \mathbf{P}_{i,j+1}) \quad (\mathbf{P}_{i,0} = \mathbf{P}_{i,N})$$

さて，体積を求めたい形状に曲面が含まれている場合は，(1)と同様に形状モデルを微小な三角錐の集合に近似することにより体積を求めることができる．

$$V = \lim_{M,N \rightarrow \infty} \frac{1}{6} \sum_{i=1}^M \mathbf{av}_i \cdot \sum_{j=1}^N (\mathbf{P}_{i,j} \times \mathbf{P}_{i,j+1})$$

5.3 CAD の算出値との比較

5.2 節でも述べたとおり、CAD は面や形状を近似して体積および面積を求めている。したがって、必ず多少の誤差が生じてしまう。

まず、面積では、CAD で得られた面積と計算によって得られた面積の値は、

$$S_{CAD} = 4439.8229$$

$$S_{Human} = 4439.822867 \dots$$

と、完全に一致した値が得られた。一方体積では、

$$V_{CAD-2004} = 54400.8148, \quad V_{CAD-R14} = 54401.0547$$

$$V_{Human} = 54400.8050 \dots$$

と若干の差が出た。しかし、CAD による計算値は形状モデルを近似して体積を求めているのに対し、実際に自ら行った計算では近似を全く行っていないので、 V_{Human} の値の方が正確である。また、AutoCAD R14 と AutoCAD 2004 とで計算値を比較するとやはり新しいバージョンの値の方が真値に近い。おそらくアップバージョンほど近似する微小体積をより細かくすることができるのだろう。また、この形状ではどちらも体積が多めに計算されるようである。

6. サーフェスモデルとソリッドモデル

コンピュータ内におけるモデリングによって定義される物体の形を表す形状モデルには、基礎モデルとなる 3 種類が基本となる。それは、線によって囲んで表すか、面を使うか、立体によって表すかである。(p.16・図 18 参照)

の線(稜線)による表現形式をワイヤフレーム・モデル、の面による表現形式をサーフェス・モデル、の立体による表現形式をソリッド・モデルとよぶ。

ワイヤフレーム・モデル

このモデルは線で構成されているため、線の両端点の座標が与えられれば各稜線が決定され、ちょうど針金細工のように物体の骨格が表現される。しかがって、物体の原表現としては不完全である。たとえば、面の情報がないため、物体の面積、体積の概念がない。また、見方によれば別の物体を表現していると解釈されかねない。そのうえ、隠線処理もできない。しかし、モデルの作成が容易なこと、データ構造が単純であるためデータの記憶容量も少なくてすむなど利点がある。

このモデルのコンピュータ内表現は、頂点表と稜線表の 2 つのみであるから単純であるが、面の情報を持たないため円柱や円錐などは、その輪郭線が表現できないのでワイヤフレーム・モデルでは表示することは難しい。

サーフェス・モデル

サーフェス・モデルとはワイヤフレーム・モデルに面の情報を付加したものである。

面の情報を持つことによって、ワイヤフレーム・モデルでは不可能であった隠線処理や面と面との交線、面への陰影づけを施した表示が可能になる。また、表面積など面に関する幾何学的な性質の解析も可能になる。

サーフェス・モデルを構成する面は平面のほかに、円筒面、球面やスプライン曲面など曲面などを用いた自由曲面がよく使われる。

しかし、データ構造は頂点表、稜線表および面表で、面の情報はあっても物体が面のどちら側にあるのかが不明である。それは、ある面とそれに接近する面との間の構造上の関係を示す情報がないため、面の表裏(すなわち面のどちら側が物体の中か外か)の判別ができないのである。また、必ずしも閉じた多面体を構成している保証はない。

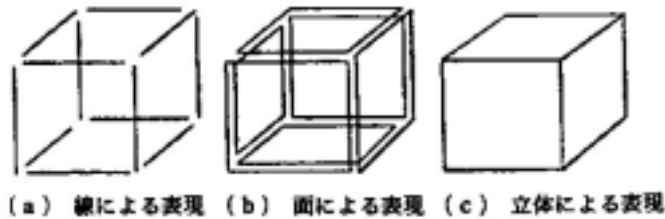


図 18 3次元形状モデリング

ソリッド・モデル

ソリッド・モデルは、3次元形状の物体を固体物、すなわち中身の詰まった立体として表現するモデルである。そのためには、サーフェス・モデルのもつ情報に、面の表裏を表す立体情報を付加したデータ構造を作ることになる。

ソリッド・モデルの面表とサーフェス・モデルの面表の違いは稜線番号が面の外側から見て左回りに並べられていることと、稜線の方法と左回りとの間に正負の(同方向・逆方向の)方向性を持たせたことである。したがって、ソリッド・モデルによるデータ構造は、頂点表、稜線表および表裏情報をもつ面表の3つである。

ソリッド・モデルは立体に関する情報を持っているので、サーフェス・モデルでは扱えなかった体積、重量、重心などマス・プロパティ (mass property) の計算や FEM (有限要素法) のためのメッシュ分割、さらに実物の製品を作る CAD/CAM などへの広範囲の応用がある。多くの幾何学情報を備えているため応用範囲が広いのである。

しかし、反面として情報の完備性ゆえに形状定義が繁雑となり、それだけそのデータ構造が複雑になる。また、それにともなって演算処理時間やデータ量の増大などの欠点もある。

ソリッド・モデルの主な表現法には、

- 境界表現 (B-reps) による表現
- プリミティブ (CSG) による表現
- 空間格子 (Voxel) による表現
- Sweep による表現

などがある。ここでは、それらの表現法について簡単に特徴を抑えておく程度にする。

境界表現は3次元物体の形をその境界面で表現しようとする方法である。この表現では、立体は、それを囲む面、面はそれを囲む稜、稜はその両端の頂点との間の関係で表現される。したがって、この方法はワイヤフレーム・モデルに面、体の情報を付加したものである。

<境界表現の特徴>

- 図形処理や境界処理に好都合
- アプリケーションに利用しやすい
- 形状モデルに属性データが付けやすい
- データ量が多い
- データ構造が複雑

CSG はあらかじめ定義した基本立体 (プリミティブ) を呼び出し、大きさに関するデータを与えて所定のサイズの立体を定義し、それらの立体に集合演算を行い複雑な形状の対象物を表す。

機械部品や工業製品の多くは、直方体や円筒など比較的単純な立体形状の組み合わせでできており、そのため CSG は多くの既存のモデリングシステムの形状を定義する段階で用いられている。

< CSG 表現の特徴 >

- 形状の定義や理解，および入力がしやすい
- データ量が少ない
- 図形の容積や重心などの計算が容易
- 自由曲面の導入が困難

Voxel 表現は 3 次元空間を小さい単位立方体に分割し，物体がその単位立方体を占める場合には対応するメモリビットを 1，そうでない場合にはメモリビットを 0 で表す方法である．当然のことながら，物体の境界面が単位立方体の境界と一致していない場合や，座標軸に対して傾斜している場合には形状を正確に表すことができない．さらに，近似精度をあげようとすると，分割数を多くとならなければならないが，単位立方体の個数は分割数の 3 乗個になるので膨大なメモリが必要となる．単位立方体の効率のよい記憶方法として，境界面のみ 8 分割し境界面以外は通常の分割を行うオクトリー構造などもある．

< Voxel 表現の特徴 >

- 基本演算や処理が簡単
- 干渉チェックには大変有効
- 膨大なメモリが必要
- 形状の表現精度がよくない

Sweep 表現は 2 次元形状を移動（掃引）により 3 次元形状を定義する方法である．移動方法には，回転，平行移動または軌跡に沿った移動などがある．

< Sweep 表現の特徴 >

- 形状入力が簡単
- 形状表現力が高い
- ほかのプリミティブとの集合演算が可能

7 . 結言

普段ではなかなか触れる機会のない CAD を使用でき，また，目的であるコンピュータグラフィックスの図形処理方法や表現方法についてレポートを通して学習することができた．

参考文献

- 1) 藤本英雄：コンピュータ統合生産システム，コロナ社（2003） p.117 ~ 137
- 2) 小堀研一・春日久美子：基礎から学ぶ図形処理，工業調査会（1996） p.32 ~ 56
- 3) 水上孝一：コンピュータ・グラフィックス，朝倉書店（1986）
p.32 ~ 49，p.110 ~ 124
- 4) 金谷健一：形状 CAD と図形の数学，共立出版(株)（1999） p.5
- 5) 山口富士夫：CAD/CAM 入門，工業調査会（1983） p.69 ~ 83，p.115,116