

1. 目的

機械工学科に要求される基礎知識として、製品を設計する能力は筆頭に挙げるのできるくらい、重要項目である。その設計を行ううえで、できる限り少ない資材で、なおかつ構成要素が破壊に至らない設計をすることは必須条件であり、そのためには各構成要素に加わる力を解析ができる能力を身に着けなければならない。

今回の実験では、最も解析が容易なトラス構造を用いることにより、荷重を加えた際の各部材に加わる力を解析することが目的である。実際に三角形要素単純トラス構造を組み立て、既知の荷重を加えて各部材に生じる力を測定するとともに、節点法などの解析法を用いた計算を行い、結果の検討を行う。

2. 実験装置

実験に使用するものは以下のものである。

トラス構成用部材（今回はアルミ製）、部材接合用金具（今回は真鍮）、おもりホルダー、ひずみゲージ付部材、抵抗ブリッジおよびひずみ計

3. 実験方法・手順

(1) トラス形状の決定

- (a) トラスの幾何形状および支点方法を決定する。トラスを構成する部材の数は13以上が望ましい。
- (b) 内力を測定する部材を決定する。部材力を測定するため、ストレインゲージを貼付した部材を組み入れる箇所を1箇所だけ選出する。座屈を避けるため、基本的に引張り荷重がかかる箇所にする。
- (c) 荷重点を決定し、荷重方向を決定する。

(注) 内力測定は先に決定した一つの部材についてのみ行う。また、支持ピンの都合上、1つの節点には最大5つまでの結合にとどめる。

(2) 予備実験：ストレインゲージの校正

ストレインゲージから得られるデータは出力電圧値である。この電圧値と部材内力値との関係を前もって調べておく必要がある。

ストレインゲージを貼付してある部材単一の一端をピン支持し、他端に既知の荷重(0kgw ~ 5kgw 程度まで 0.5kgw ごと)を順次加えてひずみ計の出力値を測定する。

(3) 部材内力のチェック：パソコンの解析プログラムを用いた計算

節点法に基づいた解析プログラム(BASIC言語)を用いて、決定したトラスの幾何学形状など条件を入力し、各部材内力の数値計算結果を得る。

(4) トラスの組み立て

決定した形状・支持条件・荷重条件のトラスを組み立てる。全体を組み立てた後、支持台に取り付ける。その後、部材内力を測定する位置にある部材をストレインゲージは貼付されている部材と入れ替える。

(5) 本実験

荷重点に荷重(0kgw から 3kgw 程度まで 0.5kgw ごと)を加え、部材内力を測定・記録する。

4 . 測定

4 . 1 トラス構造の決定

今回解析するトラス構造を図1に示す． ～ は支点ナンバーを指し，赤の数字は部材ナンバーを表す．ストレインゲージは部材10に使用する．

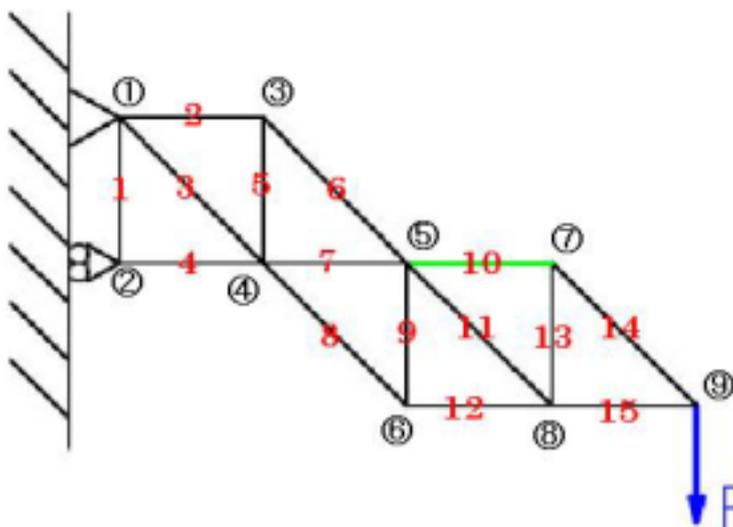


図1 トラスモデル

4 . 2 ストレインゲージの校正実験

ストレインゲージを貼付した部材に鉛直方向おもりを吊るし，発生する電圧を測定する．測定結果は表1に示す．なお，おもりホルダーの重量は0.434[kgw]である．

表1 ストレインゲージの校正実験

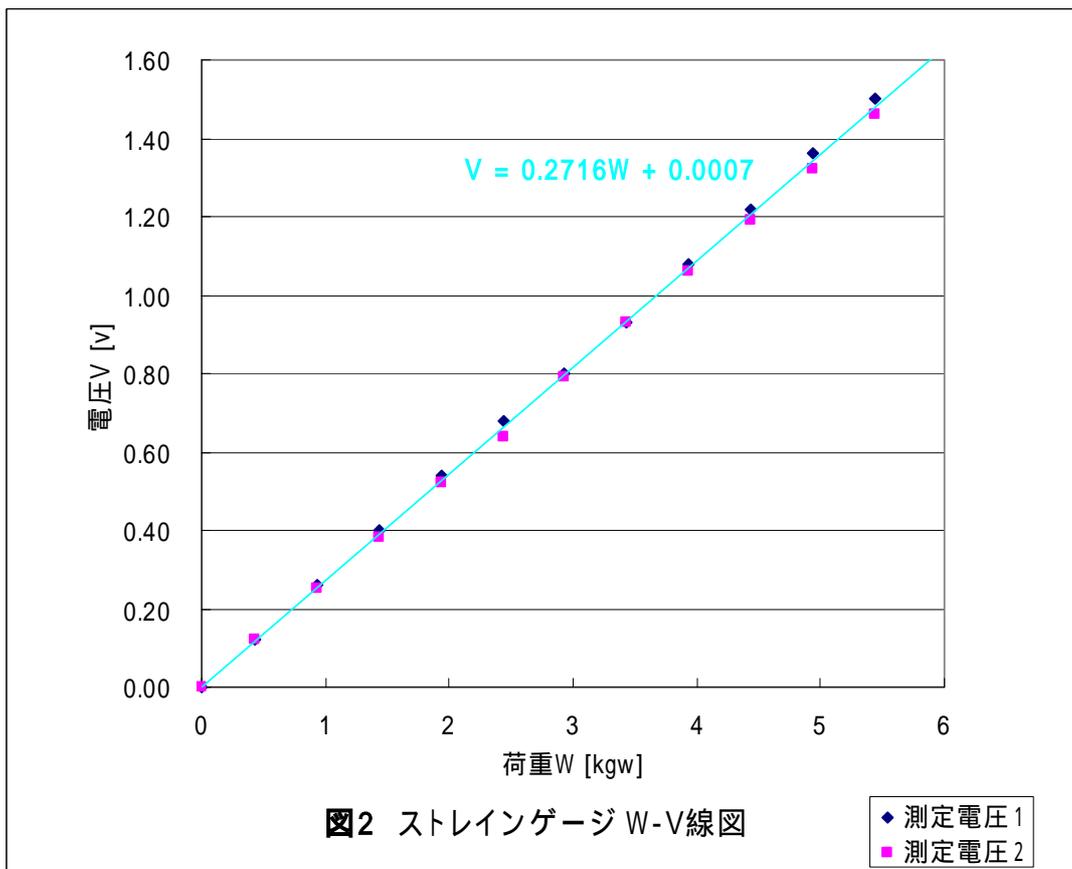
番号	おもり [kg]	荷重W [kgw]	測定電圧1 [V]	測定電圧2 [V]	平均値 [V]
1	0	0	0.00	0.00	0.00
2	0	0.434	0.12	0.12	0.12
3	0.5	0.934	0.26	0.25	0.26
4	1	1.434	0.40	0.38	0.39
5	1.5	1.934	0.54	0.52	0.53
6	2	2.434	0.68	0.64	0.66
7	2.5	2.934	0.80	0.79	0.80
8	3	3.434	0.93	0.93	0.93
9	3.5	3.934	1.08	1.06	1.07
10	4	4.434	1.22	1.19	1.21
11	4.5	4.934	1.36	1.32	1.34
13	5	5.434	1.50	1.46	1.48

この結果を用い，ストレインゲージを貼付した部材の W-V 線図を描いたものを図2に示す．ひずみゲージは電気抵抗の変化量がひずみに比例することを利用するため，荷重と測定電圧が比例関係にあれば，ひずみとも比例関係にあることを意味する．

図2をみると，相関の関係にあるのが伺える．ちなみに，相関係数 $r = 0.99999 \approx 1.0$ である．

なお，近似直線は Microsoft Excel の最小二乗法近似直線を用い，次式となる．

$$V = 0.2716W + 0.0007 \quad [V] \quad (1)$$



(1)式には切片が存在し、オフセット誤差がある。荷重 0[kgw]でひずみが存在するのは現実としてありえない(今回は自重を無視する)ため、検討が必要である。

まず、最小二乗法の誤差を求めてみよう。最小二乗法において求めた近似式 $y = ax + b$ における切片誤差 S_b は次式で表せる。

$$S_b = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sum \text{残差}^2} \quad (2)$$

この計算を行う準備として表計算を行ったものを表2に準備しておく。

番号	荷重W [kgw]	W ² [kgw ²]	平均値V [V]	最確値V [V]	残差 [V]	残差 ² [V ²]
1	0	0	0.00	0.00	0.00	0.0000
2	0.434	0.188	0.12	0.12	0.00	0.0000
3	0.934	0.872	0.26	0.25	0.01	0.0001
4	1.434	2.056	0.39	0.39	0.00	0.0000
5	1.934	3.740	0.53	0.53	0.00	0.0000
6	2.434	5.924	0.66	0.66	0.00	0.0000
7	2.934	8.608	0.80	0.80	0.00	0.0000
8	3.434	11.79	0.93	0.93	0.00	0.0000
9	3.934	15.48	1.07	1.07	0.00	0.0000
10	4.434	19.66	1.21	1.20	0.01	0.0001
11	4.934	24.34	1.34	1.34	0.00	0.0000
12	5.434	29.53	1.48	1.48	0.00	0.0000
合計	32.3	122				0.0002

したがって、切片誤差 S_b は、

$$S_b = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \frac{\sum y^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{122}{13 \times 122 - 32.3^2} \cdot \frac{0.0002}{11}} = 0.002 \text{ [V]}$$

よって、式(1)において切片を 0 としても誤差の範囲内であるので、ストレインゲージを貼付した部材の荷重と発生電圧の相関関数は、

$$V = 0.2716W \text{ [V]} \quad (3)$$

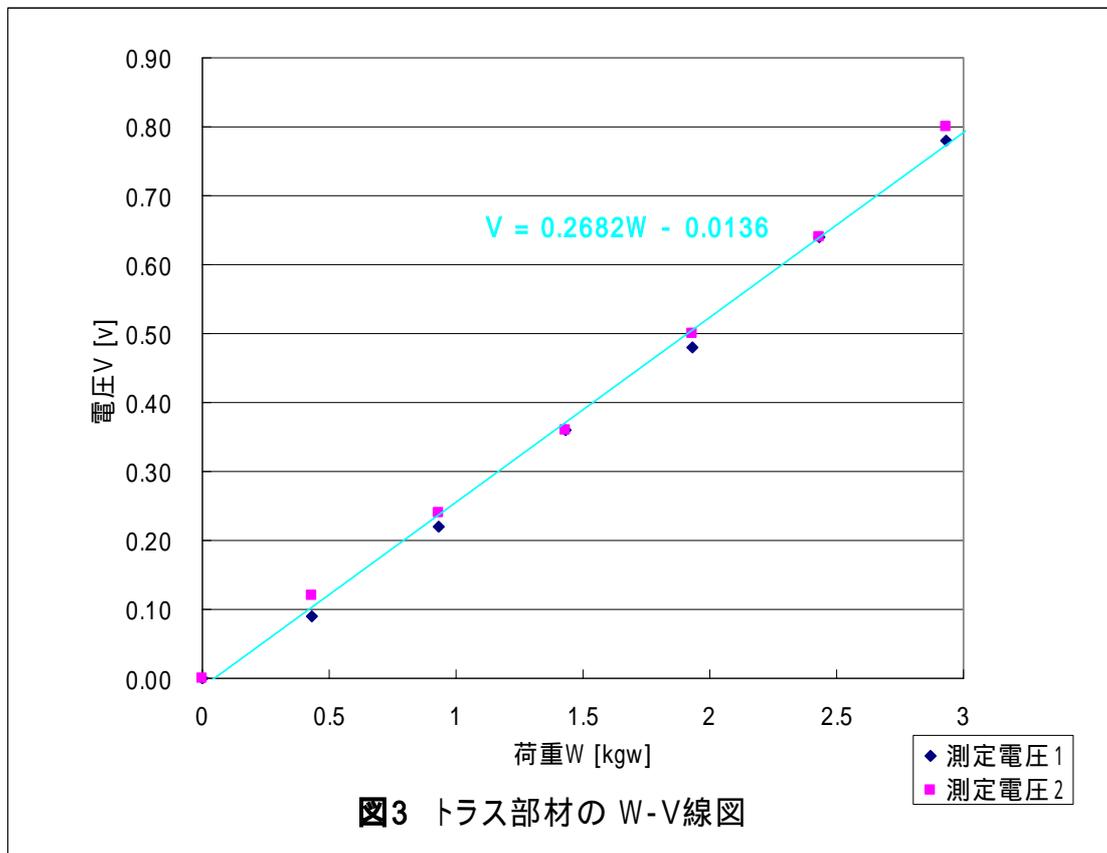
であるとする。

4.3 本実験

図1の部材10にストレインゲージを貼付した部材を設置し、前節同様に発生電圧を測定する。測定結果は表3に示し、得られるグラフを図3に示す。また、同様に近似直線はMicrosoft Excelの最小二乗法を用いた。なお、おもりホルダーは0.434[kgw]である。

表3 部材10の測定値

番号	おもり [kg]	荷重W [kgw]	測定電圧1 [V]	測定電圧2 [V]	平均値 [V]
1	0	0	0.00	0.00	0.00
2	0	0.434	0.09	0.12	0.11
3	0.5	0.934	0.22	0.24	0.23
4	1	1.434	0.36	0.36	0.36
5	1.5	1.934	0.48	0.50	0.49
6	2	2.434	0.64	0.64	0.64
7	2.5	2.934	0.78	0.80	0.79



前節同様，トラスへの荷重と部材 10 のひずみには相関関係が伺える．ちなみに相関係数は， $r = 0.9991 \approx 1.0$ である．また，フックの法則よりひずみは部材にかかる荷重とも比例関係にあるので，トラスへの荷重と部材 10 の内力とも比例していると言える．

ところで，近似直線の式は，

$$V = 0.2682W - 0.0136 \quad [\text{V}] \quad (4)$$

であるが，前節同様にここでもオフセット誤差が生じている．

切片誤差導出式(2)に必要な計算を表 4 に示す．よって，切片誤差 S_b は，

$$S_b = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \frac{\sum^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{21.4}{7 \times 21.4 - 10.1^2} \cdot \frac{0.0012}{5}} = 0.01 \quad [\text{V}]$$

したがって切片 b は， $b = -0.01 \pm 0.01 \quad [\text{V}]$ である．

オフセット誤差を $0[\text{V}]$ としてよいものか判断が難しいところではあるが，実験内容から考えて，機器誤差やヒューマンエラーが無いとは考えられないので切片誤差 S_b は上の値よりも大きいことが予想できるので，式(4)についても切片誤差は無いものと考え，

$$V = 0.2682W \quad [\text{V}] \quad (5)$$

であるとする．

表4 部材10の誤差計算

番号	荷重W [kgw]	W ² [kgw ²]	平均値V [V]	最確値V [V]	残差 [V]	² [V ²]
1	0	0	0.00	-0.01	0.01	0.0001
2	0.434	0.188	0.11	0.10	0.01	0.0001
3	0.934	0.872	0.23	0.24	-0.01	0.0001
4	1.434	2.056	0.36	0.37	-0.01	0.0001
5	1.934	3.740	0.49	0.51	-0.02	0.0004
6	2.434	5.924	0.64	0.64	0.00	0.0000
7	2.934	8.608	0.79	0.77	0.02	0.0004
合計	10.1	21.4				0.0012

4.4 荷重と部材内力の関係

式(3),(5)より，トラスへの荷重と部材 10 の内力との関係を示す．

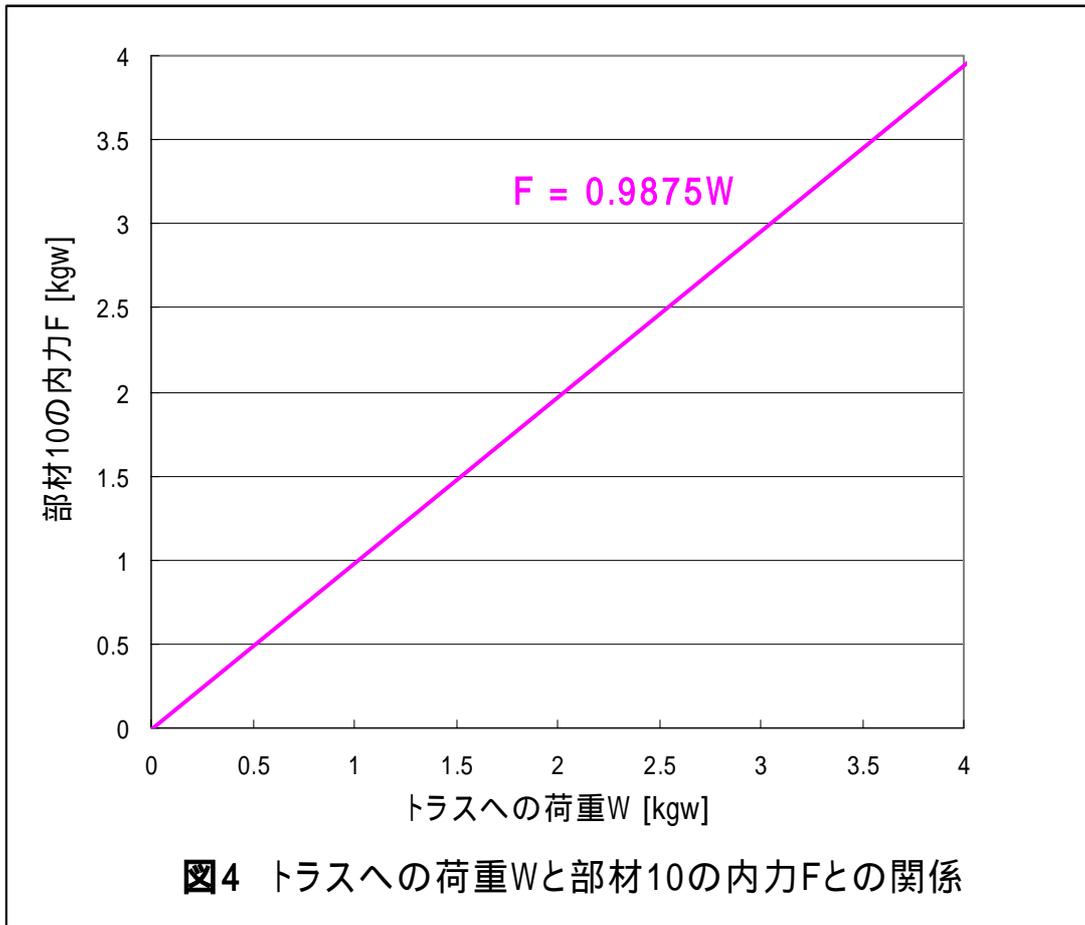
部材にかかる力を F とすると，式(3),(5)は，

$$\left. \begin{aligned} (3) &\Leftrightarrow V = 0.2716F \quad [\text{V}] \\ (5) &\Leftrightarrow V = 0.2682W \quad [\text{V}] \end{aligned} \right\}$$

であるので，電圧 V で連立すると，

$$F = 0.9875W \quad [\text{kgw}] \quad (6)$$

図 4 に式(6)の関数を示す．



5 . 考察

5 . 1 パソコンによる解析と節点法による内力計算の比較

図5のように節点 および に反力 A_x, A_y および B_x を仮定する .

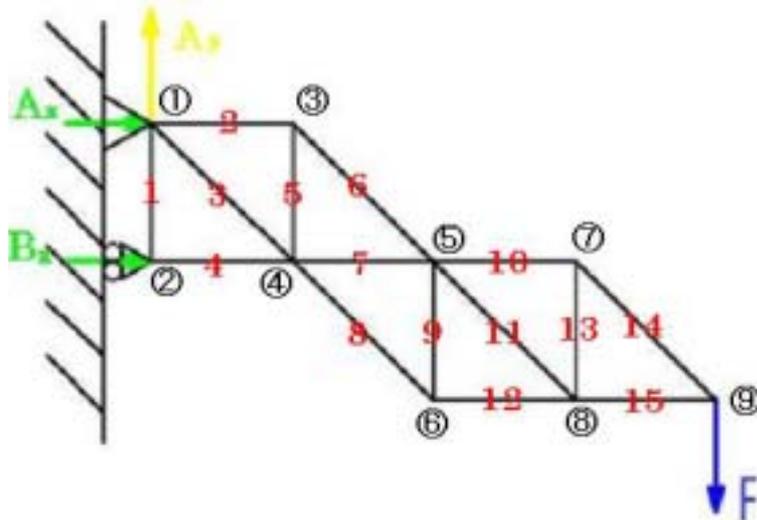
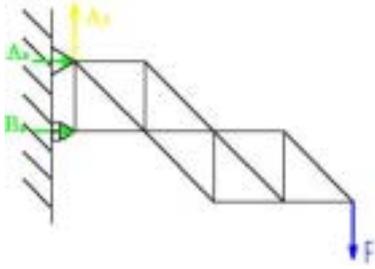


図5 トラスモデルと反力の仮定

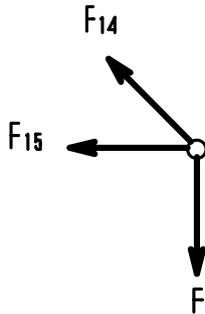
(1) トラス全体の力のつりあい



$$\begin{cases} A_x + B_x = 0 \\ -F + A_y = 0 \end{cases}$$

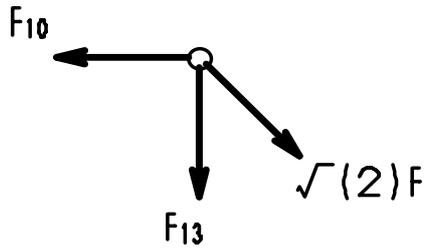
$$\Leftrightarrow \begin{cases} B_x = -A_x \\ A_y = F \end{cases}$$

(2) 各節点の力のつりあい
節点



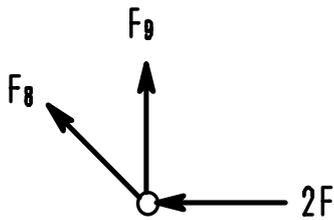
$$\begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}}F_{14} - F_{15} = 0 \\ -F + \frac{1}{\sqrt{2}}F_{14} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_{14} = \sqrt{2}F \\ F_{15} = -\frac{1}{\sqrt{2}}F_{14} = -F \end{cases}$$



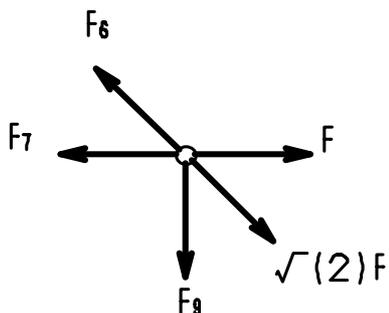
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}F - F_{10} = 0 \\ -F_{13} - \frac{1}{\sqrt{2}}F = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_{10} = F \\ F_{13} = -F \end{cases}$$



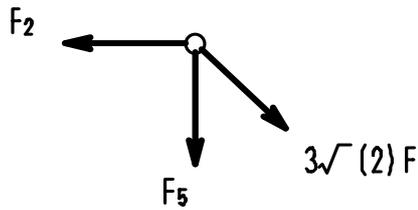
$$\begin{cases} -F - F_{12} - \frac{1}{\sqrt{2}}F_{11} = 0 \\ F_{13} + \frac{1}{\sqrt{2}}F_{11} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_{11} = -\sqrt{2}F_{13} = \sqrt{2}F \\ F_{12} = -F - \frac{1}{\sqrt{2}}F_{11} = -2F \end{cases}$$



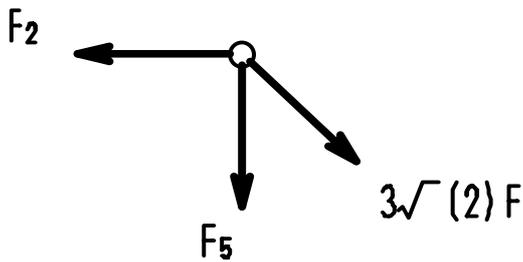
$$\begin{cases} -2F - \frac{1}{\sqrt{2}}F_8 = 0 \\ F_9 + \frac{1}{\sqrt{2}}F_8 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow F_8 = 2\sqrt{2}F, \quad F_9 = -\frac{1}{\sqrt{2}}F_8 = 2F$$



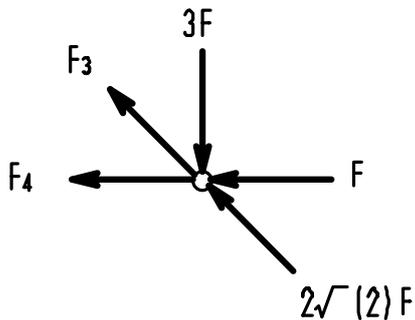
$$\begin{cases} F + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}F - F_{12} - \frac{1}{\sqrt{2}}F_6 - F_7 = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}F_6 - F_9 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2F = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_6 = 2\sqrt{2}F + \sqrt{2}F = 3\sqrt{2}F \\ F_7 = 2F - \frac{1}{\sqrt{2}}F_6 = -F \end{cases}$$



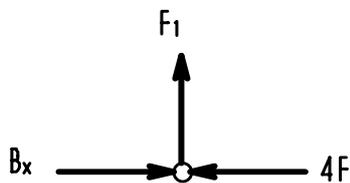
$$\begin{cases} F_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 3\sqrt{2}F = 0 \\ -F_5 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 3\sqrt{2}F = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_2 = 3F \\ F_5 = -3F \end{cases}$$



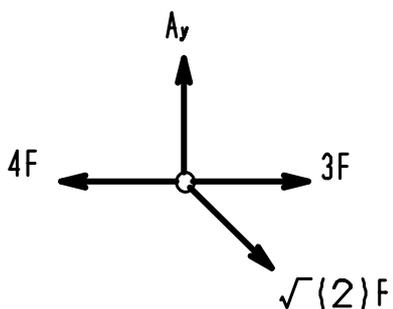
$$\begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}}F_3 - F_4 - F - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2}F = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}F_3 - 3F + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2}F = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_3 = \sqrt{2}F \\ F_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}F - F - 2F = -4F \end{cases}$$



$$\begin{cases} F_1 = 0 \\ B_x = 4F \end{cases}$$

$$\therefore A_x = -B_x = -4F$$



$$\begin{cases} A_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}F = F \\ 3F - 4F + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}F = 0 \end{cases}$$

O.K.

これらの接点にかかる力を図示すると，図6のようになる．

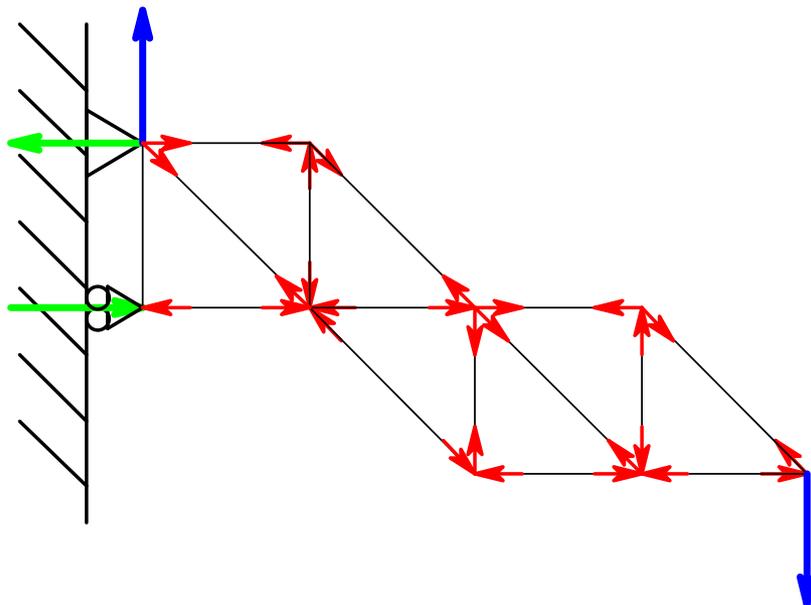


図6 各節点に加わる力

ところで，節点に加わる力は部材からの反作用によるものなので，各部材に加わる力は図6の方向とは逆向きとなる．したがって，各部材に加わる力は（引張を正，圧縮を負で表すと），

$$A_x = -4F, A_y = F, B_x = 4F$$

$$F_1 = 0, F_2 = 3F, F_3 = \sqrt{2}F, F_4 = -4F, F_5 = -3F,$$

$$F_6 = 3\sqrt{2}F, F_7 = -F, F_8 = -2\sqrt{2}F, F_9 = 2F, F_{10} = F,$$

$$F_{11} = \sqrt{2}F, F_{12} = -2F, F_{13} = -F, F_{14} = \sqrt{2}F, F_{15} = -F$$

さて，これらの結果とパソコンによる解析値とを比較してみよう．これらの値を表5にまとめる．

表5 部材内力

部材番号 i	F _i /F	
	節点法	パソコン解析
1	0.00000	0.00000
2	3.00000	3.00000
3	1.41421	1.41421
4	-4.00000	-4.00000
5	-3.00000	-3.00000
6	4.24264	4.24264
7	-1.00000	-1.00000
8	-2.82843	-2.82843
9	2.00000	2.00000
10	1.00000	1.00000
11	1.41210	1.41210
12	-2.00000	-2.00000
13	-1.00000	-1.00000
14	1.41421	1.41421
15	-1.00000	-1.00000

表5を見ても分かるように、完全に一致している。したがって、私が計算間違いをしていないことや、プログラムにエラーが無いことが確認できた。

各部材内力を比較すると、全体的にトラス上側が引張力、下側に圧縮力が加わっていることが伺える。加えて、 F_2 と F_{10} ほか F_4 と F_{15} など、荷重を加えた点より距離のある部材により大きな力が加わっていることも分かる。

5.2 誤差の検討

さて、表5の部材10の内力 F_{10} と4.4節で求めた測定値とを比較してみよう。荷重を W [kgw]とすると、

$$\text{真値: } F_{10} = W \text{ [kgw]}, \quad \text{測定値: } F_{10} = 0.9875W \text{ [kgw]}$$

である。誤差の要因としては、機器誤差や測定誤差、支持ピンの抵抗、部材の自重、トラスの歪みなどが考えられる。

さて、最小二乗法誤差解析により定数誤差 S_a を求めてみよう。

S_a は次式で表すことができる。

$$S_a = \sqrt{\frac{n}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \frac{\sum^2}{n-2}} \quad (7)$$

したがって、校正実験の定数誤差は、

$$S_a = \sqrt{\frac{n}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \frac{\sum^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{13}{13 \times 122 - 32.3^2} \cdot \frac{0.0002}{11}} = 0.0007 \text{ [V/kgw]}$$

よって、 $a = 0.2716 \pm 0.0007 \text{ [V/kgw]}$

一方、本実験の定数誤差は

$$S_a = \sqrt{\frac{n}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \frac{\sum^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{7}{7 \times 21.4 - 10.1^2} \cdot \frac{0.0012}{5}} = 0.006 \text{ [V/kgw]}$$

よって、有効数字を考慮すると $a = 0.268 \pm 0.006 \text{ [V/kgw]}$

測定値の式は以上の商であるので、その誤差は誤差伝播の式より、

$$S_a = \sqrt{0.0007^2 + 0.006^2} = 0.006$$

よって、測定値の荷重 内力関係式は有効数字も考慮すると、

$$F_{10}/W = 0.988 \pm 0.006$$

さらに、機器誤差および測定誤差に一般的な5%の誤差を仮定すると、

$$S = \sqrt{0.006^2 + (0.988 \times 0.05)^2} = 0.05$$

したがって、

$$F_{10}/W = 0.99 \pm 0.05 \quad (8)$$

であり、誤差の範囲内に十分収まる。

ちなみに今回の実験の誤差は、

$$\frac{1-0.99}{1} \times 100 = 1.0 \text{ [%]}$$

である。

6 . 検討

6 . 1 座屈

(1) 座屈と座屈荷重

主として圧縮荷重のみを受ける棒を柱と呼ぶ . このような柱の軸方向の圧縮荷重がある値を超えると、柱は不安定となる . この減少が座屈であり、そのときの荷重を座屈荷重、座屈荷重を柱の断面積で割った値を座屈応力という .

(2) オイラーの座屈の公式

図 7 に示すような各種の柱についての座屈荷重 P_c と座屈応力 σ_c は次式で表され、これをオイラーの式と呼ぶ .

$$P_c = k \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} , \quad \sigma_c = k \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

ただし、 E, I はそれぞれ柱のヤング率と断面 2 次モーメントであり、 k は固定係数と呼ばれるものである .

- (a) 一端固定他端自由の柱の場合 : $k = 1/4$
- (b) 両端回転の柱の場合 : $k = 1$
- (c) 両端固定の柱の場合 : $k = 4$
- (d) 一端固定他端回転の柱の場合 : $k = 2.046$

また、柱の細長比 λ は、柱の長さ ℓ 、断面積 A 、断面 2 次モーメント I を用いて次のように示される .

$$\lambda = \ell \sqrt{A/I}$$

さらに座屈荷重の式を次式のように示す場合もある .

$$P_c = k \frac{\pi^2 EI}{\ell_b^2} \quad \text{ただし、} \ell_b = \frac{\ell}{\sqrt{k}}$$

この ℓ_b は座屈長さと呼ばれ、同一の座屈荷重を与える両端回転の柱 (図 7 (b)) の長さに等しい .

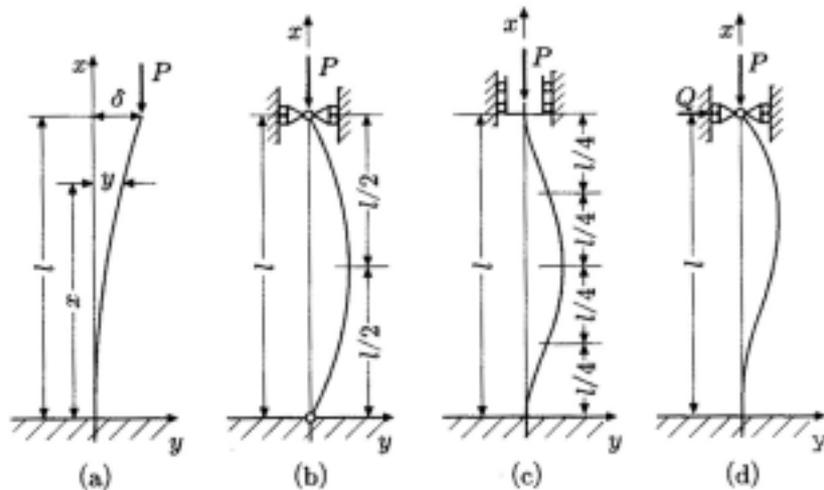


図 7 オイラーの座屈公式³⁾

(3) 相当細長比と限界細長比

オイラーの座屈公式が有効であるのは一般に座屈応力 σ_c がその柱材料の圧縮降伏点 σ_{cy} 以下となる場合あるといわれている。つまり、

$$\sigma_c = k \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{cy} \quad \text{あるいは、} \quad \frac{\lambda}{\sqrt{k}} \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{cy}}}$$

この λ/\sqrt{k} のことを相当細長比、 $\sqrt{\pi^2 E/\sigma_{cy}}$ のことを限界細長比と呼ぶ。

(4) 実験式

オイラーの式が適用できない範囲に対し、次のような実験式が提案されている。

- ランキンの式

$$\sigma_c = \frac{\sigma_0}{1 + a\lambda^2} \quad \text{ここでの } \sigma_0, a \text{ は表 6 に示すものである。}$$

表 6 ランキンの式の定数³⁾

材 料	σ_0 (MPa)	a	λ
鑄 鉄	549	1/1600	< 80
錬 鉄	245	1/9000	< 110
軟 鋼	333	1/7500	< 90
硬 鋼	481	1/5000	< 85
木 材	49	1/ 750	< 60

- テトマイヤーの式

$$\sigma_c = \sigma_0(1 - a\lambda) \quad \text{ここでの } \sigma_0, a \text{ は表 7 に示すものである。}$$

表 7 テトマイヤーの式の定数³⁾

材 料	σ_0 (MPa)	a	λ
錬 鉄	297	0.00426	< 112
軟 鋼	304	0.00368	< 105
硬 鋼	329	0.00185	< 90
木 材	28.7	0.00626	< 100

- ジョンソンの式

$$\sigma_c = \sigma_{cy} \left(1 - \frac{\sigma_{cy} \lambda^2}{4\pi^2 E} \right) \quad \text{ここで } \sigma_{cy} \text{ は材料の圧縮降伏点である。}$$

以上の式は、すべて両端回転中(図7(b))に対するもので、端末条件がこれと異なる場合は、座屈長さ ℓ_b および相当細長比 λ/\sqrt{k} を求めて使用しなければならない。

6.2 作成したトラスでの座屈の検討

作成したトラスの限界荷重を求める。表5 (p.10)より, 短い部材で最も大きな圧縮荷重のかかっている部材は部材4, 長い部材では部材8である。したがって, トラスの部材の中で最初に座屈の可能性があるのは部材4と部材8のいずれかであることが伺える。

ちなみに, この部材の寸法は $4 \times 16 \times \ell$ [mm]であり, 短い部材の長さは $\ell = 150$ [mm], 長い部材は $\ell = 150\sqrt{2} = 212.1$ [mm]である。

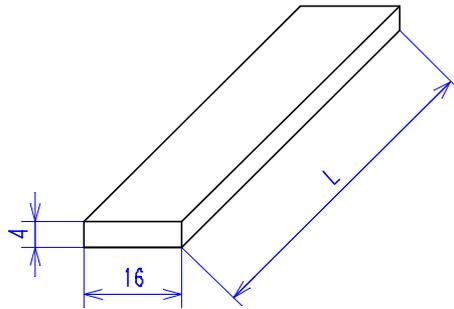


図8 部材寸法

(1) 部材4

では, まず部材4から検討してみよう。

今回はオイラーの座屈の式を用いることにしよう。

部材長さ: $\ell = 150$ [mm]

断面積: $A = w \cdot t = 16 \times 4 = 64$ [mm²]

断面2次モーメント: $I = \frac{1}{12} wt^3 = 85.3$ [mm⁴]

細長比: $\lambda = \ell \sqrt{\frac{A}{I}} = 150 \sqrt{\frac{64}{85.3}} = 130$

また, 部材4を両端回転柱と仮定すると固定係数 $k = 1$ 。

したがって,

座屈荷重: $P_c = k \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} = \frac{1 \times \pi^2 \times 85.3}{150^2} E = 0.0374E$ [N] ただし, E [N/mm²]

座屈応力: $\sigma_c = k \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{1 \times \pi^2}{130^2} E = 5.84 \times 10^{-4} E$ [N/mm²]

なお, これらは共に圧縮荷重および圧縮応力である。

例えば, 実験で用いた部材がジュラルミン (A2017 など) であれば, $E=71.5$ [GPa]より

$$P_c = 0.0374 \times 71.5 \times 10^3 = 2.67 \text{ [kN]}$$

$$\sigma_c = 5.84 \times 10^{-4} \times 71.5 \times 10^3 = 41.8 \text{ [MPa]}$$

また, ジュラルミンの圧縮降伏点は $\sigma_{cy} \approx 200 \sim 400$ [MPa]であるので³⁾, $\sigma_c < \sigma_{cy}$ よりオイラーの式の適合条件を満たしている。

以上より, 部材4に関するトラスの限界荷重は, $W_c : P_c = 1:4$ より

$$W_c = \frac{P_c}{4g} = 68.1 \text{ [kgw]}$$

(2) 部材 8

続いて、部材 8 もオイラーの座屈の式で検討する。

$$\text{部材 8 長さ: } \ell = 212.1 \text{ [mm]}$$

$$\text{断面積: } A = 64 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$\text{断面 2 次モーメント: } I = 85.3 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$\text{細長比: } \lambda = \ell \sqrt{\frac{A}{I}} = 212.1 \sqrt{\frac{64}{85.3}} = 184$$

また、部材 8 も両端回転柱と仮定すると固定係数 $k = 1$ 。

したがって、

$$\text{座屈荷重: } P_c = k \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} = \frac{1 \times \pi^2 \times 85.3}{212.1^2} E = 0.0187E \text{ [N]} \quad \text{ただし, } E[\text{N/mm}^2]$$

$$\text{座屈応力: } \sigma_c = k \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{1 \times \pi^2}{184^2} E = 2.92 \times 10^{-4} E \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

同様に上式にジュラルミンのヤング率 $E=71.5[\text{MPa}]$ を代入すると、

$$P_c = 0.0187 \times 71.5 \times 10^3 = 1.34 \text{ [kN]}$$

$$\sigma_c = 2.92 \times 10^{-4} \times 71.5 \times 10^3 = 20.9 \text{ [MPa]}$$

部材 8 も $\sigma_c < \sigma_{cy}$ よりオイラーの式の適合条件を満たしている。

よって、部材 8 に関するトラスの限界荷重は、 $W_c : P_c = 1 : 2\sqrt{2}$ より

$$W_c = \frac{P_c}{2\sqrt{2}g} = 48.2 \text{ [kgw]}$$

したがって、(1),(2)の結果より、

$$W_{c8} < W_{c4}$$

であるので、このトラスの限界荷重は、 $W_c = 48.2 \text{ [kgw]}$ である。

(3) 他の材料

課題に出された、アルミ合金以外の材料の座屈を検討してみよう。

私は材料が木材であった場合を考えてみる。

(1),(2)の結果より座屈は部材 8 が最も起こりやすいので、部材 8 での座屈を考えてみる。

木材のヤング率を $E=10[\text{GPa}]$ として²⁾、(2)のオイラーの式に代入すると、

$$\text{座屈荷重: } P_c = 0.0187 \times 10 \times 10^3 = 187 \text{ [N]}$$

$$\text{座屈応力: } \sigma_c = 2.92 \times 10^{-4} \times 10 \times 10^3 = 2.92 \text{ [MPa]}$$

木材の圧縮降伏点は $\sigma_{cy} \approx 40 \sim 60 \text{ [MPa]}$ であるので²⁾、 $\sigma_c < \sigma_{cy}$ よりオイラーの式の適合条件を満たしている。

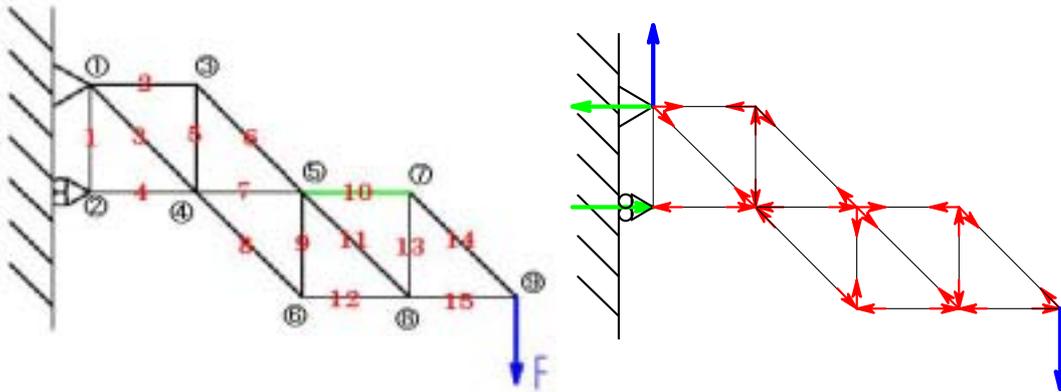
したがって、限界荷重は、 $W_c = \frac{P_c}{2\sqrt{2}g} = 6.74 \text{ [kgw]}$

7. まとめ

今回作成したトラスで部材 1 は 0 力部材となった。この部材が必要か否かであるが、ずばり必要である。仮にこの部材が無いと部材 3 は支点を失い脱落してしまう。そのため節点から得られる壁からの水平反力がなくなり、結果としてトラス全体が脱落してしまう。(正確には節点で支えられてぶら下がる。)

部材の中で最も荷重のかかるのは、引張では部材 6、圧縮では部材 4 であるが、最も負担のかかる部材は部材 8 であることが確認できた。

また、実験はトラスの自重やピン支持部分の抵抗など誤差要因が多く、特にピンの抵抗は「手で引き抜くことはできるが自由に回転することはない」程度の抵抗が発生していたにもかかわらず、実験の測定誤差は真値の 1% 程度と低いものであったので、この実験は成功したといえる。



参考図 節点番号・部材番号および各節点荷重の方向

参考表 部材内力

部材番号 i	F_i/F
1	0.00000
2	3.00000
3	1.41421
4	-4.00000
5	-3.00000
6	4.24264
7	-1.00000
8	-2.82843
9	2.00000
10	1.00000
11	1.41210
12	-2.00000
13	-1.00000
14	1.41421
15	-1.00000

参考文献

- 1) 田中皓一 著 工業力学入門 (2002) コロナ社 p.34 ~ 39
- 2) 高橋幸伯・町田進 共著 基礎材料力学 (2002) 培風館 p.193 ~ 204
- 3) 尾田十八・三好俊郎 共著 演習材料力学 (2001) サイエンス社 p.140 ~ 148