

1. 目的

材料は機械や構造物を形づくるために用いられるが、できる限り少ない材料で求める性能を発揮し、しかも安全が保障されるように設計されなければならない。このための材料選定を行ううえで材料の機械的性質を知ることが必要となり、これが材料試験の目的である。材料試験には静的試験、衝撃（動的）試験、疲れ試験、クリープ試験などがあり、今回行う引張試験は静的試験において行われる。

構造物に引張り力が働く場合、1軸的な場合のみとは限らず、むしろ多軸応力状態の場合が多いが、試験方法が単純で、変形挙動や結果の解析が容易な1軸引張試験がもっとも基本的な試験方法である。

今回の実験ではアルミニウム合金（A2017）の引張試験を行い、縦弾性係数（ヤング率）およびポアソン比を求める。材料試験機により一様な断面を持つ試験片に荷重を加えて、対応するひずみを測定する。この荷重およびひずみの測定値から、縦弾性係数およびポアソン比を求め、さらにこれらの値から横弾性係数を計算する。

2. 実験方法

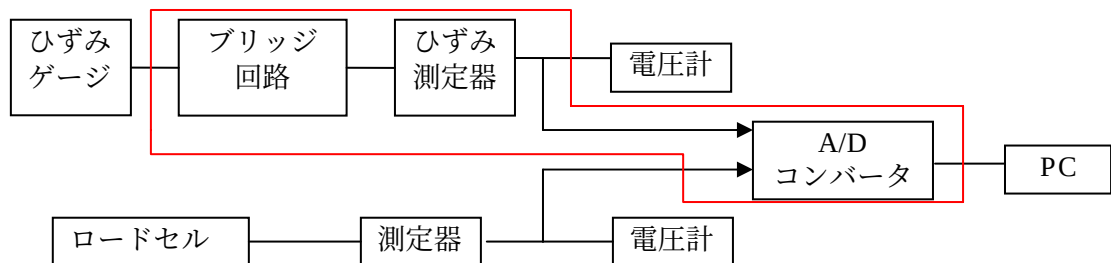
2.1 実験機器

材料試験器：横型引張試験機

荷重測定装置：ロードセル，測定器，デジタルボルトメータ

ひずみ測定装置：ひずみゲージ，ブリッジボックス，ひずみ測定器，デジタルボルトメータ

荷重・ひずみの測定：A/D コンバータ，パーソナルコンピュータ



試材：アルミニウム合金——A2017

2.2 基礎事項

《引張》

図1のように力 P で引張られる微小な試験片を考えたとき、この試験片にかかる応力は $\sigma = P/A$ である。ここで垂直方向を1方向，水平方向を2方向とナンバリングし、おのおの方向の応力およびひずみを $\sigma_1, \sigma_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ である。引張前の試片の縦と横の長さをそれぞれ l_0, d_0 とし、引張後の縦と横の長さをそれぞれ $l_0 + \Delta l, d_0 + \Delta d$ とする。

このとき、ひずみ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は、

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\Delta d}{d_0} \quad \text{—— (1)}$$

また、応力 σ とひずみ ε の関係は、ヤング率 E を用いて次式で表すことができる。

$$\sigma_i = E \cdot \varepsilon_i \quad \text{—— (2)}$$

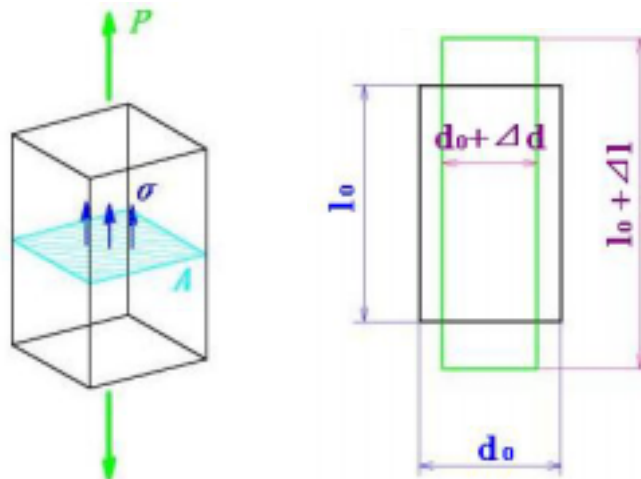


図1 引張変形

また、縦ひずみと横ひずみの比——ポアソン比は、

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right| \quad \text{—— (3)}$$

であるが、ここで絶対値記号を用いているのはポアソン比 $\nu > 0$ で表す慣例に従うためである。

《せん断》

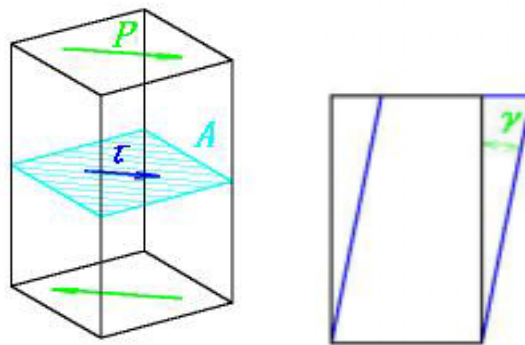


図2 せん断変形

図2のようにせん断方向に力 P が微小試験片に作用するとき、試験片にはせん断応力 τ (P/A) が作用し、せん断変形によって生じたズレ γ をせん断ひずみとするが、 γ が微小であるとすると、

$$\gamma \approx \tan \gamma \quad \text{—— (4)}$$

が成り立つので、弾性変形中は変形角 γ をせん断ひずみとして扱う。

また、引張応力同様、応力 γ とひずみ τ は比例の関係にあり、その比例定数は横弾性係数 G である。

$$\tau = G\gamma \quad \text{—— (5)}$$

これらのヤング率（縦弾性係数） E と横弾性係数 G およびポアソン比 ν は互いに従属な関係にあり、横弾性係数 G は縦弾性係数 E およびポアソン比 ν を用いて次式で表すことができる。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{--- (6)}$$

したがって、測定によりヤング率 E およびポアソン比 ν を測定することができれば、せん断変形の測定を行わずに横弾性係数 G を求めることが可能である。

2. 3 ひずみゲージによるひずみの検出

ひずみゲージ（図 3）の電気抵抗の変化量がひずみに比例することを利用する。ホイーストンプリッジ（図 4）の一边をひずみゲージとし、電気抵抗の変化を電位差の変化として検出する。ひずみ測定器により増幅された電位差出力 V [Volt] とひずみ ε の関係は、本実験では次のように設定する。

$$\varepsilon (\times 10^{-6}) = \frac{2.00}{K_s} \times V \times 100 \quad \text{--- (7)}$$

ここで K_s は使用したひずみゲージのゲージ率であり、今回の測定器では $K_s = 2.14$ である。また、右辺の係数 100 は増幅率である。

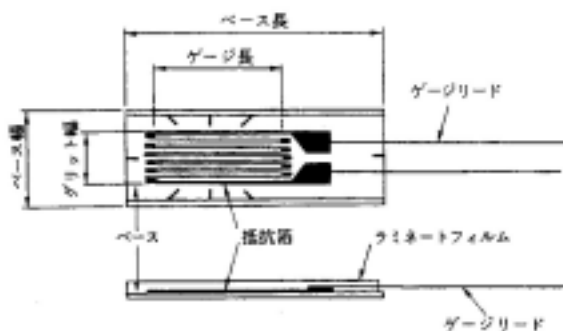


図 3 ひずみゲージ

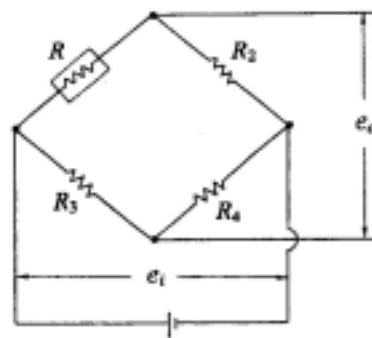


図 4 ホイーストンプリッジ

ここでホイーストンプリッジを使用するのは、弾性変形でのひずみは 10^{-3} のオーダーであり、次の節でも述べるがあまりにひずみが小さいと発生電圧も微小となってしまう測定が困難となる。そのためホイーストンプリッジ等を用いて電圧を増幅する必要がある。

$$\begin{aligned} \text{ひずみゲージ} : \frac{\Delta R}{R} &= K \cdot \varepsilon & \varepsilon \sim 10^{-3} & \text{ : 微小} \Rightarrow \text{測定が困難} \\ \Rightarrow \varepsilon &= \frac{2.00}{K_s} \times \varepsilon' & \varepsilon' : \text{計測値} \end{aligned}$$

2. 4 荷重の負荷および検出

材料試験機を図 5 に示す。2 本の送りネジによりジャッキを動かして負荷を与える。荷重は、荷重センサー（ロードセル）により力の大きさを電位差に変換して測定する。増幅器の出力電圧 V と荷重 P の関係は次のように設定する。

$$P[\text{kgf}] = V[\text{Volt}] \times 1000 \quad \text{--- (8)}$$

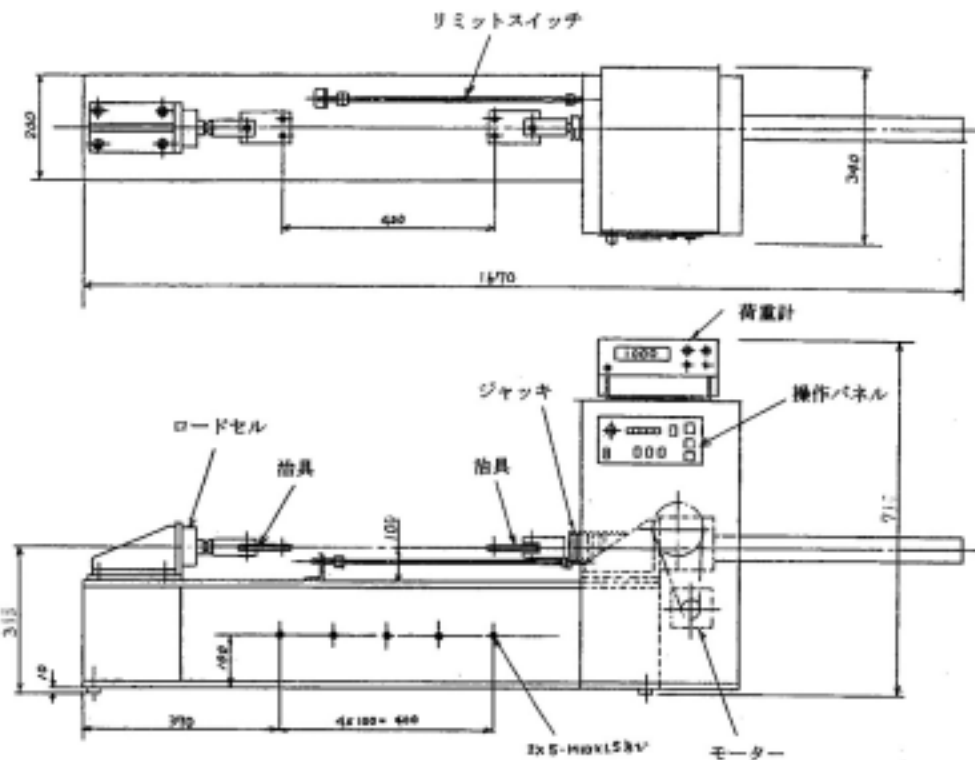


図5 引張試験機

2. 5 実験方法

試験片の図6に示す位置に、それぞれ矢印の方向のひずみを測定するようにひずみゲージを張り付ける。試験片のそりあるいは付加の偏心によるひずみ測定への影響を考慮し、ひずみゲージは試験片の表裏に対応させる。弾性限度内であれば、表裏のひずみの平均値は横断面内の平均のひずみに等しい。

付加を加える前に、荷重が 0kgf のときの荷重とひずみの測定値が 0 となるようにゼロ調整を行う。

試験片に荷重を加えて、荷重およびひずみ測定装置の出力を A/D コンバータを介してパーソナルコンピュータに取り込む。

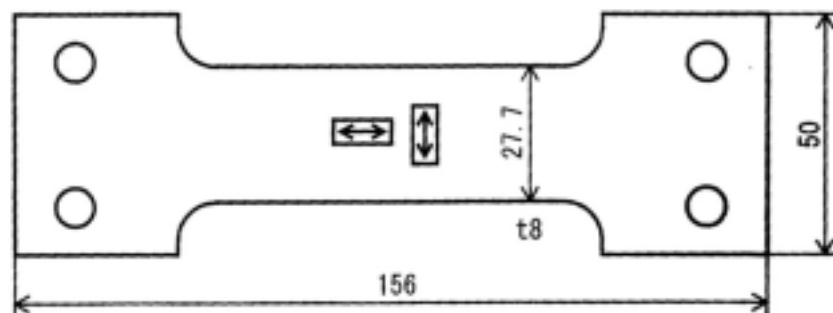


図6 試験片（アルミニウム合金 2017）

3. 測定結果

前章の方法で引張試験を行うが、その際一方向に引張荷重を加えても、試材に曲げが生じてしまう。そのため、引張荷重のひずみを測定するために縦ひずみ・横ひずみ双方のひずみゲージを試材両端に設置し、両端のひずみを測定することにより引張ひずみを求めることができる。

原理的には図7のように重ね合わせの原理の逆を考える。曲げによる変位ひずみは一次直線を示すので、両端の平均値が引張ひずみであると言える。

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon' + \varepsilon''}{2} \quad \text{--- (9)}$$

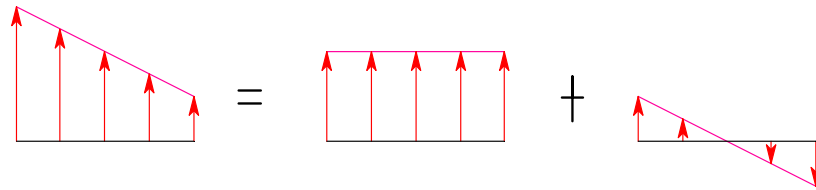


図7 ひずみ測定概念

試験片を荷重 30kgf から 250kgf までゆっくりと負荷を強めていく。

この試験結果を表1に示す。

また、表1の結果を用いて、試材にかかる応力とひずみの値を求めたものを表2に示す。

今回の試材の断面積は、

$$A_0 = 27.7[mm] \times 7.95[mm]$$

である。今回の引張試験では降伏点までは届かない弾性変形の範囲で試験を行うので、弾性変形による体積変化に伴う断面積変化は微小であるとし、応力は公称応力で扱っていくものとする。

この表1、表2の値を使って、図8、図9に応力とひずみの線図を描く。このとき、最小二乗法により $\sigma - \varepsilon_1$ 線図および $\sigma - \varepsilon_2$ 線図のみ近似直線を求めておく。なお、Microsoft Excel は近似直線を最小二乗法で求めるプログラムになっているので、今回はそれを利用した。

表1 測定結果

P [mV]	ε_1' $\times 10^{-6}$	ε_1'' $\times 10^{-6}$	ε_2' $\times 10^{-6}$	ε_2'' $\times 10^{-6}$
30.3	21.40	18.30	-4.60	-7.70
50.2	33.65	34.35	-7.20	-13.30
70.4	42.70	51.50	-10.75	-20.25
90.3	52.20	67.95	-14.00	-26.65
111.2	63.55	84.05	-18.10	-32.25
131.3	76.00	99.65	-21.55	-37.25
151.3	87.75	114.40	-25.40	-41.90
170.4	99.50	128.15	-29.30	-47.05
191.2	111.75	142.90	-33.75	-52.20
211.1	124.15	157.35	-38.20	-57.55
231.6	137.15	172.30	-42.00	-62.10
250.8	149.75	186.40	-45.60	-66.65

表2 測定値から得られた応力とひずみ

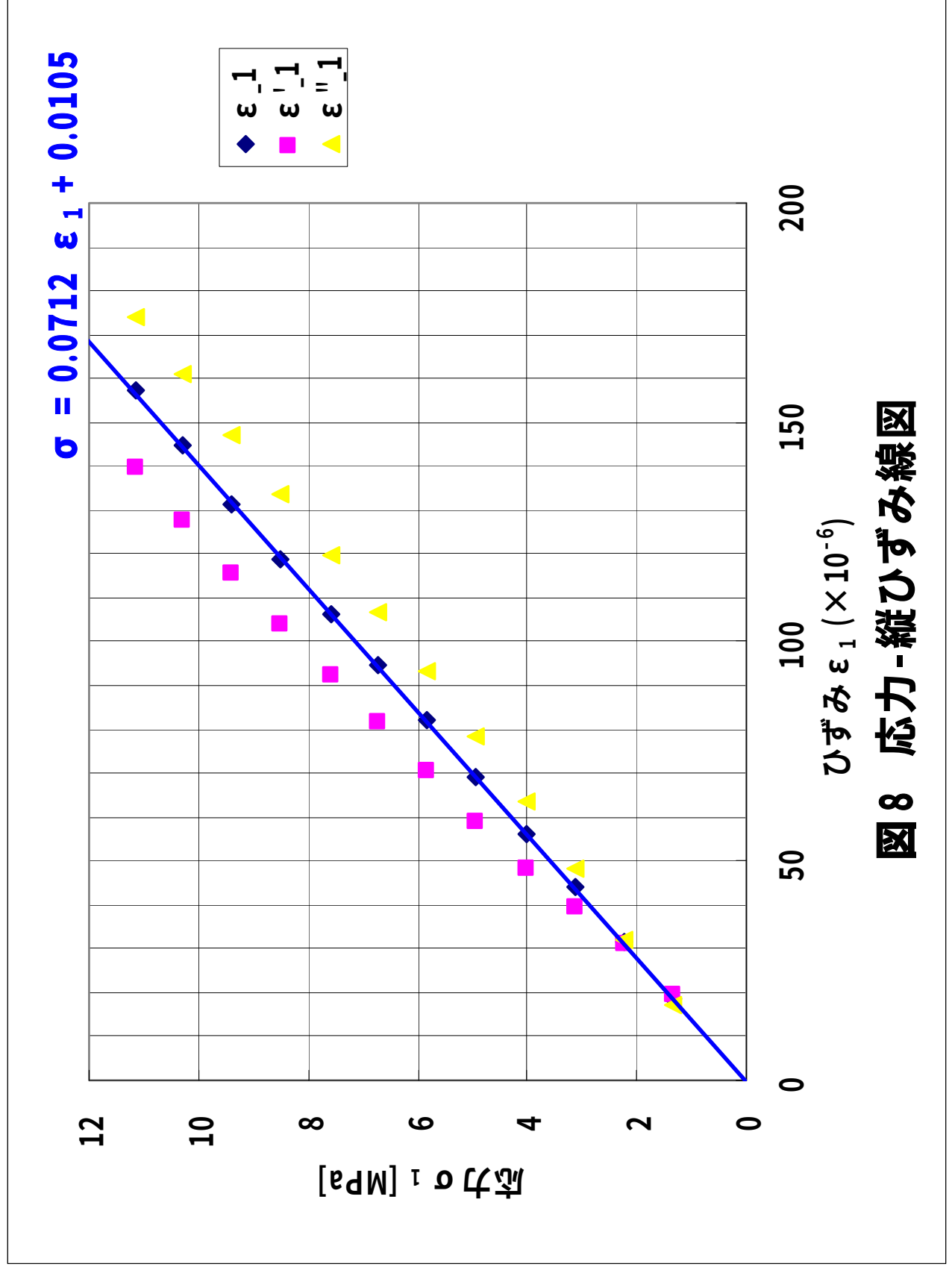
番号	σ_1 [MP]	ϵ_1' $\times 10^{-6}$	ϵ_1'' $\times 10^{-6}$	ϵ_1 $\times 10^{-6}$	ϵ_2' $\times 10^{-6}$	ϵ_2'' $\times 10^{-6}$	ϵ_2 $\times 10^{-6}$
1	1.35	20.00	17.10	18.55	-4.30	-7.20	-5.75
2	2.23	31.45	32.10	31.78	-6.73	-12.43	-9.58
3	3.13	39.91	48.13	44.02	-10.05	-18.93	-14.49
4	4.02	48.79	63.50	56.14	-13.08	-24.91	-19.00
5	4.95	59.39	78.55	68.97	-16.92	-30.14	-23.53
6	5.84	71.03	93.13	82.08	-20.14	-34.81	-27.48
7	6.73	82.01	106.92	94.46	-23.74	-39.16	-31.45
8	7.58	92.99	119.77	106.38	-27.38	-43.97	-35.68
9	8.51	104.44	133.55	119.00	-31.54	-48.79	-40.16
10	9.39	116.03	147.06	131.54	-35.70	-53.79	-44.74
11	10.3	128.18	161.03	144.60	-39.25	-58.04	-48.64
12	11.2	139.95	174.21	157.08	-42.62	-62.29	-52.45

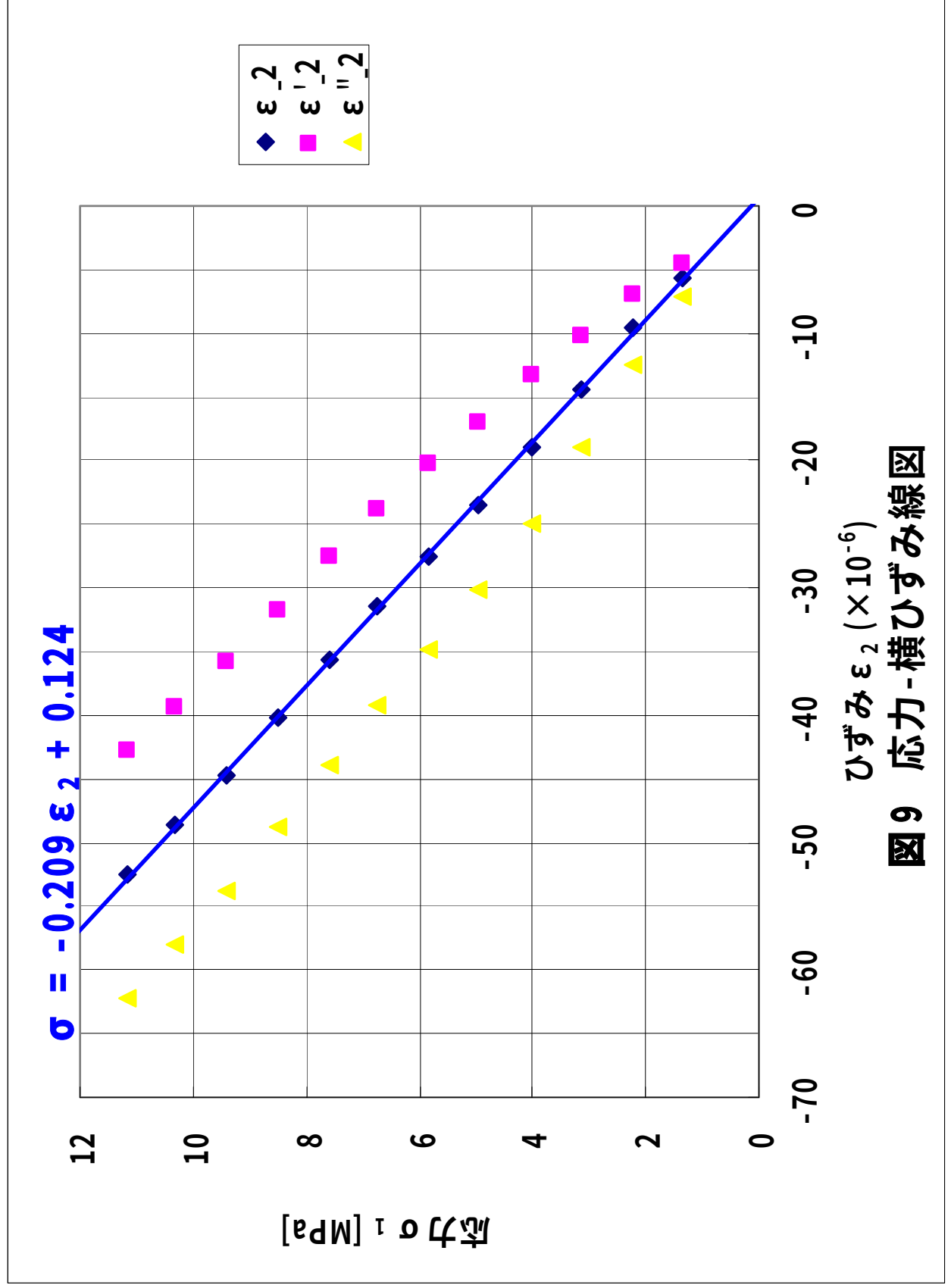
表3 縦ひずみの残差計算

番号	σ_1 [MPa]	最確値 σ [MPa]	Δ (残差) [MPa]	Δ^2 [MPa ²]	ϵ_1 $\times 10^{-6}$	ϵ_1^2 $\times 10^{-12}$
1	1.35	1.33	0.02	0.0003	18.55	344.2
2	2.23	2.27	-0.04	0.0015	31.78	1010
3	3.13	3.14	-0.01	0.0001	44.02	1938
4	4.02	4.01	0.01	0.0001	56.14	3152
5	4.95	4.92	0.03	0.0007	68.97	4757
6	5.84	5.85	-0.01	0.0001	82.08	6737
7	6.73	6.74	0.00	0.0000	94.46	8923
8	7.58	7.58	0.00	0.0000	106.38	11316
9	8.51	8.48	0.03	0.0007	119.00	14160
10	9.39	9.38	0.02	0.0003	131.54	17303
11	10.3	10.3	0.00	0.0000	144.60	20910
12	11.2	11.2	-0.03	0.0011	157.08	24674
合計	75.2			0.0051	1055	115200

表4 横ひずみの残差計算

番号	σ_1 [MPa]	最確値 σ [MPa]	Δ (残差) [MPa]	Δ^2 [MPa ²]	ϵ_2 $\times 10^{-6}$	ϵ_2^2 $\times 10^{-12}$
1	1.35	1.33	0.02	0.0005	-5.75	33.0
2	2.23	2.13	0.11	0.0116	-9.58	91.8
3	3.13	3.15	-0.02	0.0003	-14.49	209.8
4	4.02	4.09	-0.08	0.0057	-19.00	360.8
5	4.95	5.04	-0.09	0.0086	-23.53	553.6
6	5.84	5.87	-0.02	0.0006	-27.48	755.0
7	6.73	6.70	0.04	0.0013	-31.45	989.0
8	7.58	7.58	0.00	0.0000	-35.68	1273
9	8.51	8.52	-0.01	0.0001	-40.16	1613
10	9.39	9.48	-0.08	0.0065	-44.74	2002
11	10.3	10.3	0.02	0.0003	-48.64	2366
12	11.2	11.1	0.07	0.0055	-52.45	2751
合計	75.2			0.0411	-352.9	13000





したがって、応力ひずみ線図は、

$$\begin{cases} \sigma = 0.0712 \times 10^6 \varepsilon_1 + 0.0105 & [MPa] \\ \sigma = -0.209 \times 10^6 \varepsilon_2 + 0.124 & [MPa] \end{cases} \quad \text{---- (10)}$$

ここで、最小二乗法による誤差の計算を行う。

一次関数の最確値： $y = ax + b$ の最小二乗法の平均誤差 S は次式で求められる。

$$S_a = \sqrt{\frac{n}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \frac{\sum \Delta^2}{n-2}} \quad \text{---- (11)}$$

$$S_b = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \frac{\sum \Delta^2}{n-2}} \quad \text{---- (12)}$$

また、計算補助として表計算を行ったものを表3、表4 (p.7) に示す。

したがって、縦ひずみの平均誤差 S_a, S_b は表3の値を用いて、

$$S_a = \sqrt{\frac{12}{12 \times 115200 \times 10^{-12} - 1055^2 \times 10^{-12}} \cdot \frac{0.0051}{10}} = 0.0002 \times 10^6 [MPa]$$

$$S_b = \sqrt{\frac{115200 \times 10^{-12}}{12 \times 115200 \times 10^{-12} - 1055^2 \times 10^{-12}} \cdot \frac{0.0051 \times 10^{-3}}{10}} = 0.02 [MPa]$$

横ひずみの平均誤差 S_a, S_b は表4の値を用いて、

$$S_a = \sqrt{\frac{12}{12 \times 13000 \times 10^{-12} - 352.9^2 \times 10^{-12}} \cdot \frac{0.0411}{10}} = 0.001 \times 10^6 [MPa]$$

$$S_b = \sqrt{\frac{13000 \times 10^{-12}}{12 \times 13000 \times 10^{-12} - 352.9^2 \times 10^{-12}} \cdot \frac{0.0411}{10}} = 0.04 [MPa]$$

ところで、式(10)において、ひずみがゼロのときに荷重があるのは理論的に考えて矛盾がある。したがって、式(10)の切片は無視したい。ここで前述の平均誤差の、切片の誤差をみると、切片をゼロとしても誤差の範囲内であることが伺える。

よって、求める荷重－ひずみの式は

$$\begin{cases} \sigma = 0.0712 \times 10^6 \varepsilon_1 & [MPa] \\ \sigma = -0.209 \times 10^6 \varepsilon_2 & [MPa] \end{cases} \quad \text{---- (13)}$$

したがって、実験によって求まった縦弾性係数（ヤング率）は、

$$E = 0.0712 \times 10^6 [MPa] = 71.2 [GPa] \quad \text{---- (14)}$$

ポアソン比は式(13)より σ を消去して、

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right| = \frac{0.0712}{0.209} = 0.341 \quad \text{---- (15)}$$

よって、実験よりヤング率およびポアソン比が求まったので式(6)より剛性率を求めると、

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{71.2}{2 \times (1+0.341)} = 26.5 [GPa] \quad \text{---- (16)}$$

4. 考察

4. 1 ばらつき

ここでは、標準正規分布を用いて実験データのばらつきに着いて考えてみる。
まず、正規分布は、

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right)^2\right\} \quad \text{--- (17)}$$

で定義されている。ここで、 $\bar{x}$ は平均値、 S は標準偏差である。

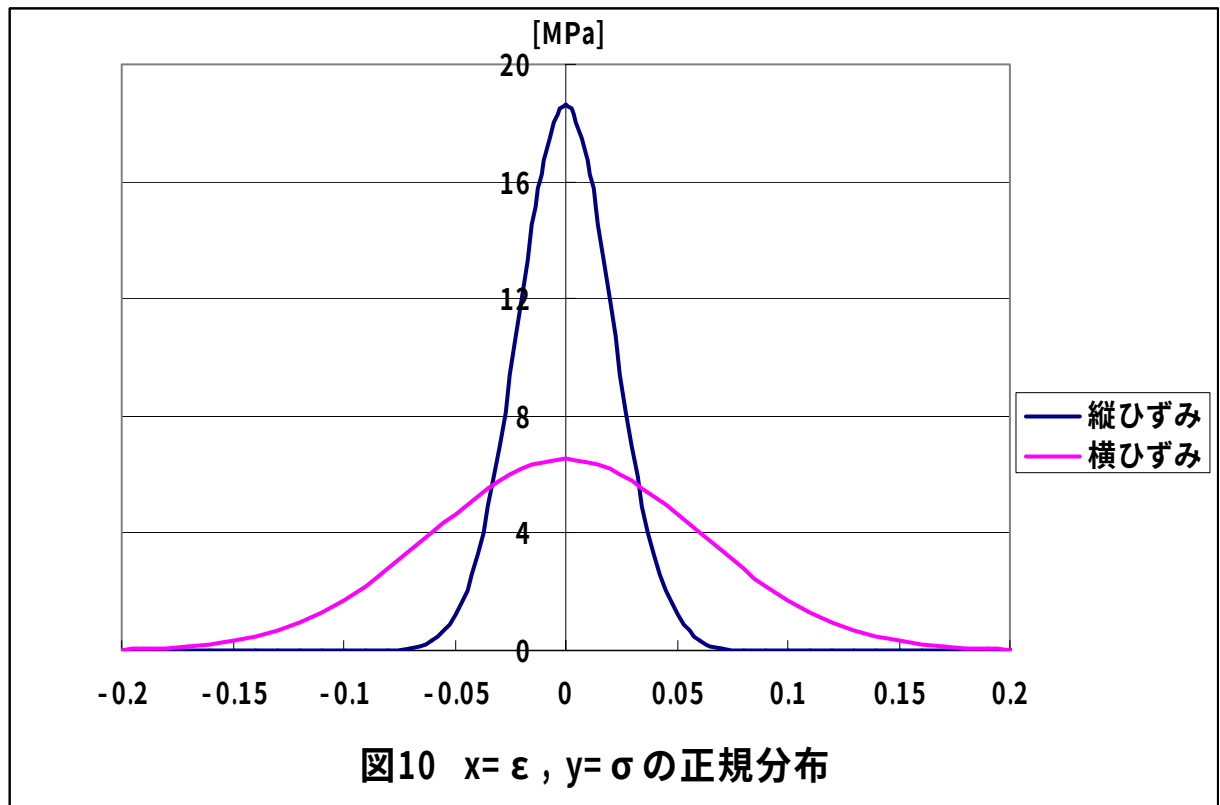
式(17)において、 $\bar{x} = 0$ とすると、正規分布の式は次式となる。

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{S}\right)^2\right\} \quad \text{--- (18)}$$

また、p.7 の表 3、表 4 を用いて、標準偏差 S を求めると、

$$\begin{cases} S_1 = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.0051}{11}} = 0.022 [\text{MPa}] \\ S_2 = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.0411}{11}} = 0.061 [\text{MPa}] \end{cases} \quad \text{--- (19)}$$

この偏差を式(18)に代入すると、次の正規分布のグラフが得られる。



この図 10 の正規分布を見ると、縦ひずみの測定よりも横ひずみの測定の方がばらつきが大きいことが伺える。

ここで信頼係数 95% の母平均 μ の区間を求めると、

$$\begin{cases} \mu_1 = \pm t_{95} \cdot S_1 = \pm 1.96 \times 0.022 = \pm 0.043 \\ \mu_2 = \pm t_{95} \cdot S_2 = \pm 1.96 \times 0.061 = \pm 0.12 \end{cases}$$

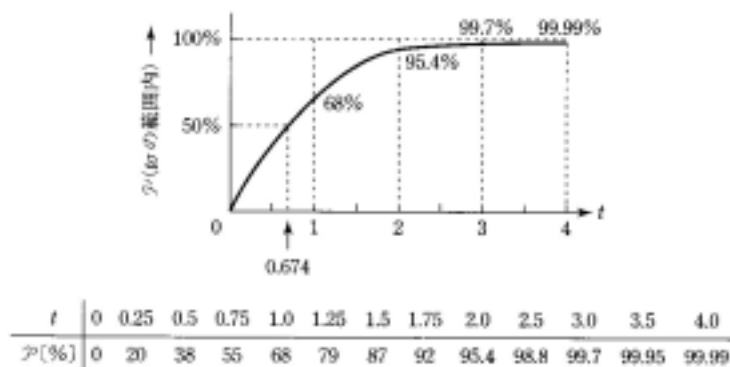
標準偏差の大きい横ひずみの方が母平均の区間も $-0.12 \leq \mu_2 \leq 0.12$ と縦ひずみよりも広い。

しかし、式(13)と測定値との相関係数 r を表計算によって求めてみると、

$$\begin{cases} r_1 = 0.99998 \\ r_2 = 0.9998 \end{cases}$$

と少数第 4 位や 5 位で初めて 9 以外の数字が出るほど相関的である。

したがって、この場合はばらつきは小さいと言える。



<参考> 信頼限界¹⁾

一方、これまではひずみに対する応力の誤差について述べてきたが、逆に応力に対するひずみの誤差を考える。

まず、計算の準備として表計算を行ったものを表 5 に示す。

これを用いて標準偏差を求めると

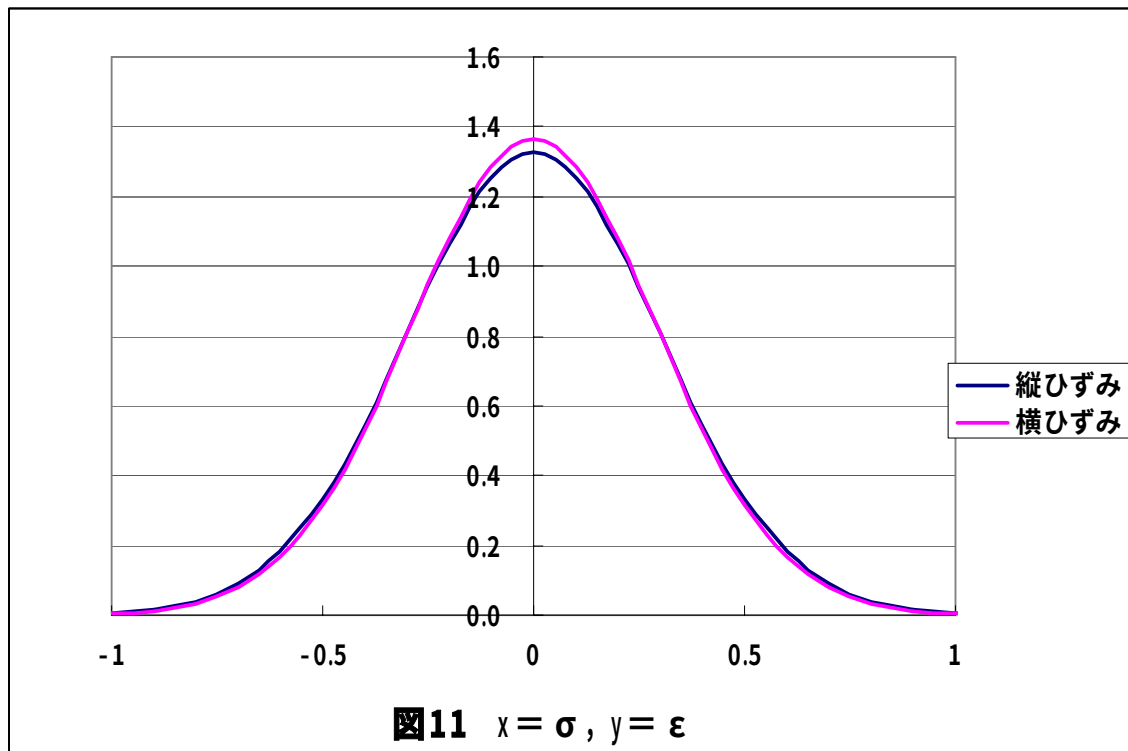
$$\begin{cases} S_1 = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{N-1}} = 0.301 \times 10^{-6} \\ S_2 = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{N-1}} = 0.293 \times 10^{-6} \end{cases}$$

よって、これらの標準偏差より、図 11 のように正規分布を描くことができる。

図を見ても分かるよう、二つの正規分布はほぼ重なっており、相関係数も $r = 0.9998$ であった。ひずみの測定誤差は負荷の測定誤差よりも小さいようである。

表5 表計算

番号	σ_1 [MPa]	ε_1 $\times 10^{-6}$	最確値 ε_1 $\times 10^{-6}$	残差 Δ $\times 10^{-6}$	Δ^2 $\times 10^{-12}$	ε_2 $\times 10^{-6}$	最確値 ε_2 $\times 10^{-6}$	残差 Δ $\times 10^{-6}$	Δ^2 $\times 10^{-12}$
1	1.35	18.55	18.79	-0.24	0.057	-5.75	-5.86	0.11	0.012
2	2.23	31.78	31.23	0.55	0.299	-9.58	-10.10	0.52	0.267
3	3.13	44.02	43.85	0.16	0.027	-14.49	-14.40	-0.09	0.008
4	4.02	56.14	56.29	-0.15	0.022	-19.00	-18.63	-0.36	0.130
5	4.95	68.97	69.36	-0.38	0.147	-23.53	-23.08	-0.44	0.197
6	5.84	82.08	81.92	0.16	0.026	-27.48	-27.36	-0.11	0.013
7	6.73	94.46	94.42	0.04	0.002	-31.45	-31.62	0.17	0.030
8	7.58	106.38	106.36	0.02	0.000	-35.68	-35.69	0.01	0.000
9	8.51	119.00	119.36	-0.36	0.131	-40.16	-40.12	-0.05	0.002
10	9.39	131.54	131.80	-0.25	0.064	-44.74	-44.36	-0.39	0.150
11	10.3	144.60	144.61	-0.01	0.000	-48.64	-48.72	0.08	0.006
12	11.2	157.08	156.61	0.47	0.221	-52.45	-52.81	0.36	0.127
合計	75.2	1055			0.997	-353			0.942



4. 2 誤差

実験によって求まったヤング率 E ，ポアソン比 ν ，剛性率 G の最確値をまとめると，次の表6のようになる。

表6 最確値

ヤング率 E	71.2 [GPa]
ポアソン比 ν	0.341
剛性率 G	26.5 [GPa]

一方、文献値³⁾によるヤング率 E 、ポアソン比 ν 、剛性率 G は、表7の通りである。

表7 標準値（文献値³⁾）

ヤング率 E	71.5 [GPa]
ポアソン比 ν	0.335
剛性率 G	26.7 [GPa]

以下に、ヤング率、ポアソン比、剛性率の誤差を求める。

(1) ヤング率

表8 ヤング率の残差計算

番号	σ_1 [MPa]	ε_1 $\times 10^{-6}$	ε_2 $\times 10^{-6}$	$E_i = \sigma_1 / \varepsilon_1$ [GPa]	残差 Δ [GPa]	Δ^2 [GPa ²]
1	1.35	18.55	-5.75	72.7	1.5	2.21
2	2.23	31.78	-9.58	70.3	-0.9	0.80
3	3.13	44.02	-14.49	71.2	0.0	0.00
4	4.02	56.14	-19.00	71.6	0.4	0.14
5	4.95	68.97	-23.53	71.7	0.5	0.30
6	5.84	82.08	-27.48	71.2	0.0	0.00
7	6.73	94.46	-31.45	71.3	0.1	0.01
8	7.58	106.38	-35.68	71.3	0.1	0.01
9	8.51	119.00	-40.16	71.5	0.3	0.09
10	9.39	131.54	-44.74	71.4	0.2	0.05
11	10.3	144.60	-48.64	71.3	0.1	0.01
12	11.2	157.08	-52.45	71.1	-0.1	0.02
合計	75.2	1055	-353	856		3.63

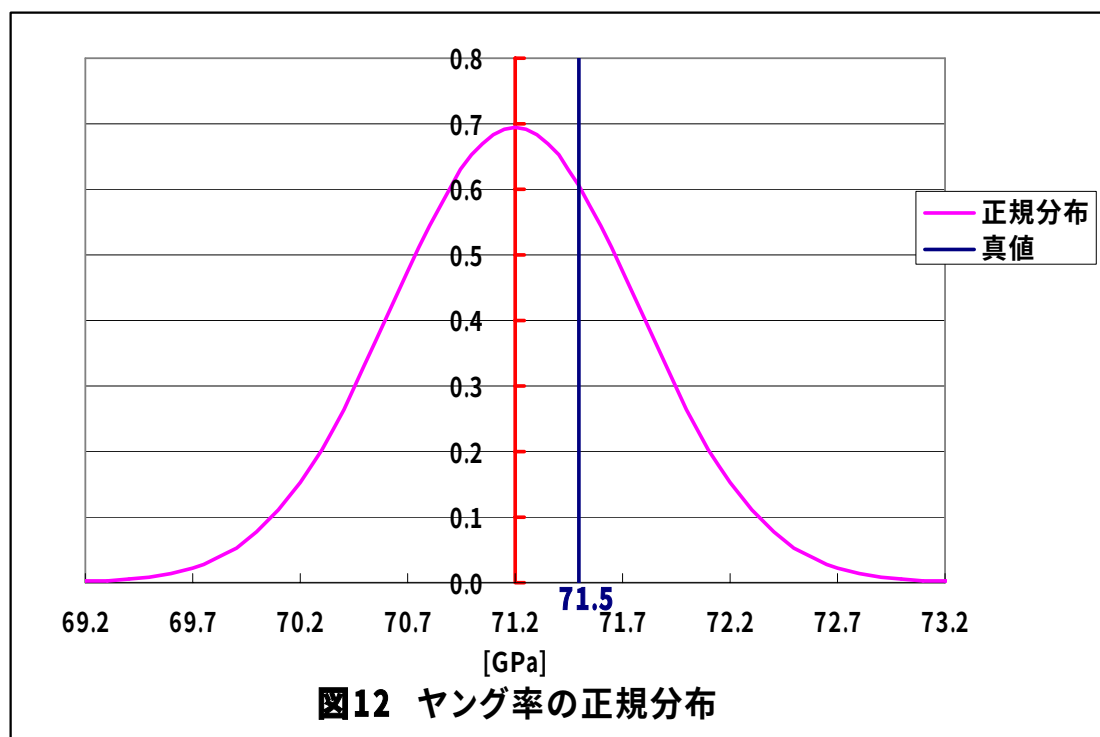


表8で行った表計算をもとに、図12に今回測定した結果のヤング率の正規分布と真値(文献値)の関係を示した。

このグラフでの標準偏差、95%母平均の区間とその割合、誤差を求めると、

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{標準偏差: } S = 0.574 [\text{GPa}] \\ \text{母平均区間: } \mu = \pm 1.13 [\text{GPa}] \Rightarrow \frac{\mu}{\text{最確値}} = \pm 1.58 [\%] \\ \text{誤差: } \frac{|71.5 - 71.2|}{71.5} \times 100 = 0.420 [\%] \end{array} \right.$$

(2) ポアソン比

(1) 同様、ポアソン比の誤差と正規分布の関係グラフを描く。

表9 ポアソン比の残差計算

番号	σ_1 [MPa]	ε_1 $\times 10^{-6}$	ε_2 $\times 10^{-6}$	$\nu_i = \varepsilon_2 / \varepsilon_1 $	残差 Δ	Δ^2 $\times 10^{-3}$
1	1.35	18.55	-5.75	0.310	-0.0312	0.972
2	2.23	31.78	-9.58	0.301	-0.0395	1.563
3	3.13	44.02	-14.49	0.3291	-0.0119	0.142
4	4.02	56.14	-19.00	0.3383	-0.0027	0.007
5	4.95	68.97	-23.53	0.3411	0.0001	0.000
6	5.84	82.08	-27.48	0.3348	-0.0062	0.039
7	6.73	94.46	-31.45	0.3329	-0.0081	0.065
8	7.58	106.38	-35.68	0.3354	-0.0056	0.032
9	8.51	119.00	-40.16	0.3375	-0.0035	0.012
10	9.39	131.54	-44.74	0.3401	-0.0009	0.001
11	10.3	144.60	-48.64	0.3364	-0.0046	0.021
12	11.2	157.08	-52.45	0.3339	-0.0071	0.050
合計	75.2	1055	-353	3.97		2.90

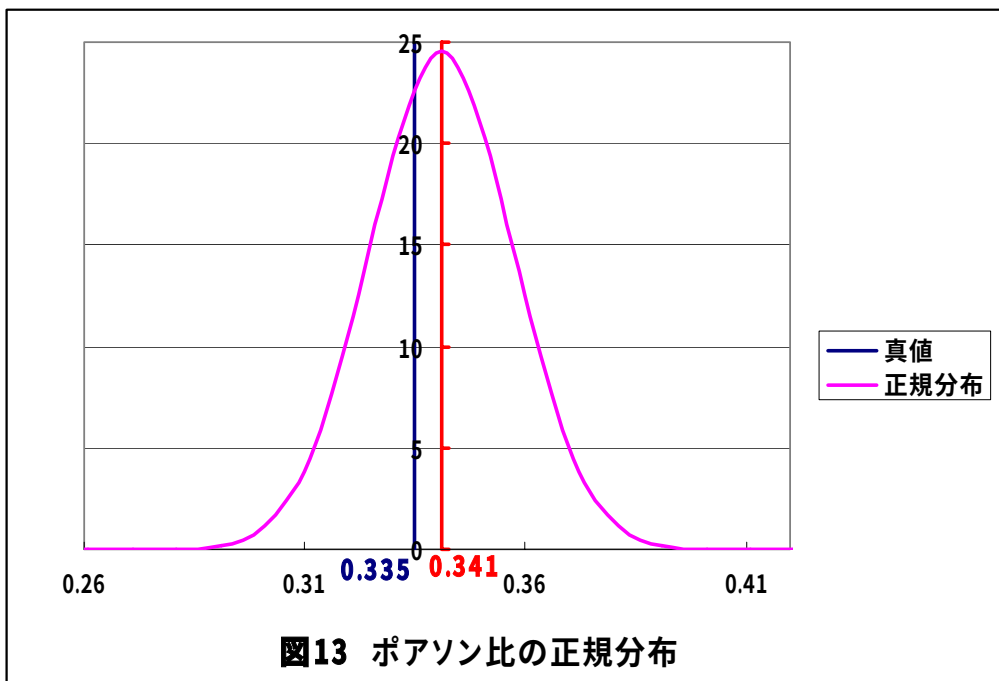


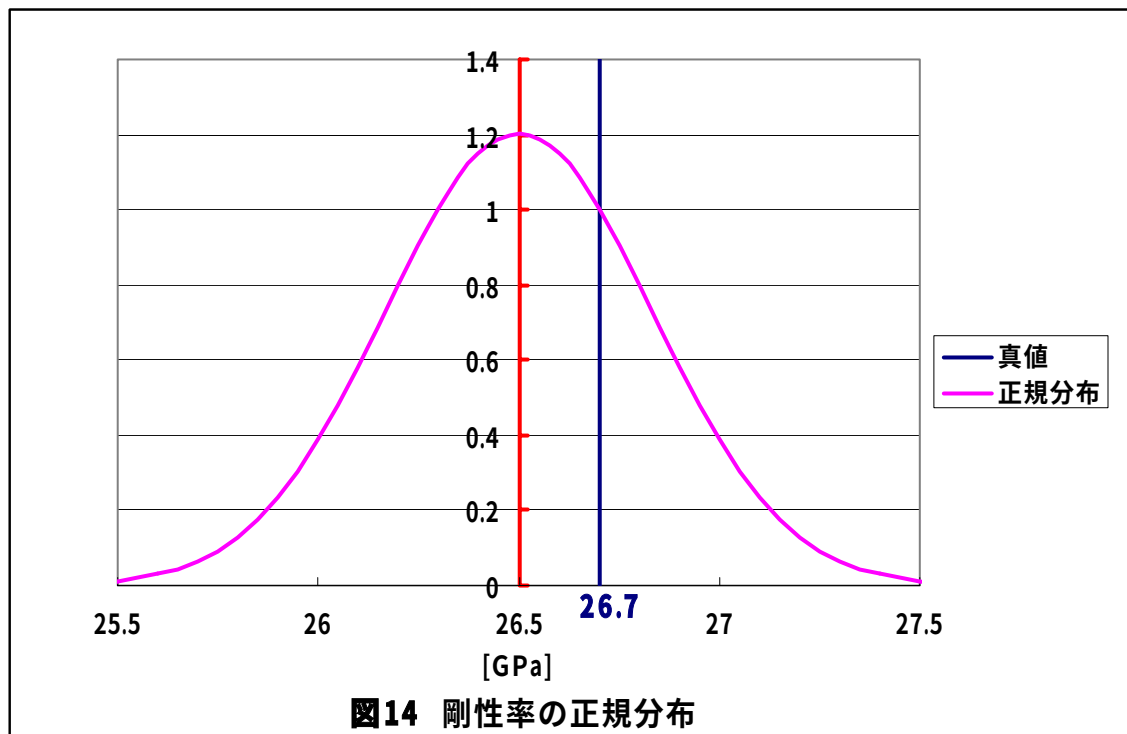
図13 ポアソン比の正規分布

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{標準偏差：} S = 0.0162 \\ \text{母平均区間：} \mu = \pm 0.0318 \quad \Rightarrow \frac{\mu}{\text{最確値}} = \pm 9.31 [\%] \\ \text{誤差：} \frac{|0.341 - 0.335|}{0.335} \times 100 = 1.80 [\%] \end{array} \right.$$

(3) 剛性率

表10 剛性率の残差の計算

番号	E_i [GPa]	ν_i	G_i [GPa]	残差 Δ [GPa]	Δ^2 [GPa ²]
1	72.7	0.310	27.7	1.0	1.09
2	70.3	0.301	27.0	0.3	0.10
3	71.2	0.3291	26.8	0.1	0.01
4	71.6	0.3383	26.7	0.0	0.00
5	71.7	0.3411	26.7	0.0	0.00
6	71.2	0.3348	26.7	0.0	0.00
7	71.3	0.3329	26.7	0.0	0.00
8	71.3	0.3354	26.7	0.0	0.00
9	71.5	0.3375	26.7	0.0	0.00
10	71.4	0.3401	26.6	-0.1	0.00
11	71.3	0.3364	26.7	0.0	0.00
12	71.1	0.3339	26.6	-0.1	0.00
合計	856	3.97	322		1.21



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{標準偏差：} S = 0.332 [\text{GPa}] \\ \text{母平均区間：} \mu = \pm 0.651 [\text{GPa}] \quad \Rightarrow \frac{\mu}{\text{最確値}} = \pm 2.46 [\%] \\ \text{誤差：} \frac{|26.7 - 26.5|}{26.7} \times 100 = 0.750 [\%] \end{array} \right.$$

(1)～(3)を見て、(2)のポアソン比の母平均区間や誤差が他の二つに比べて大きいことがわかる。これは4.1節でも述べたとおり、図10の横ひずみの測定値のばらつきの大きさに起因していると思われる。(1)と(3)は最確値の3%以内に95%の確率で真値があるはずであり、文献値の値もその範囲内であったので、精度・確度ともに高いと言える。

しかし、ポアソン比に関しては、誤差は2%以内と確度はそれなりに高いが、95%信頼領域が最確値の10%と広がっているため精度は低い結果となった。

ちなみに、剛性率 G がポアソン比を利用しているにもかかわらず、正確さ精密さが高くでたのは、剛性率を求める式がポアソン比に対しての依存がさほど大きくなかったためであろう。

4.3 曲げの原因

曲げの原因としては次の3つが可能性として挙げられる。

- ① チャックの取り付けが歪んでいるとき
- ② 材料の加工精度
- ③ 試験機の精度

①としては、p.5 図6にもあるように、2点止めでも穴のクリアランス誤差やオフセット誤差のせいでガタついたり、チャックのような挟み込む工具を用いても補助する物が無ければ、まず真っ直ぐには固定できないであろう。

②は、いくら精度よく金属を加工しても、成分がどの部分も完全に一様であることなどありえない。また、合金を加工する時点で、金属に力が加わってしまうと局所的に加工硬化を起こしてしまい引張試験を行う際、一様に変形してくれない可能性もある。

③は言うまでも無く、引張試験機の精度が低く、真っ直ぐ引っ張ったつもりでも意図しない方向に力が加わってしまうようであれば、それが曲げにつながってしまう。

5. まとめ

今回の実験で得られたヤング率，ポアソン比，剛性率を，前章では正規分布の 95%信頼度を用いたが，68%信頼範囲（＝標準偏差）を誤差の範囲とすると，

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ヤング率：} E = 71.2 \pm 0.6 \quad [\text{GPa}] \\ \text{ポアソン比：} \nu = 0.34 \pm 0.02 \\ \text{剛性率：} G = 26.5 \pm 0.3 \quad [\text{GPa}] \end{array} \right.$$

であり，すべて誤差の範囲内に基準値（文献値）が収まった．誤差はすべて 2 %以内であり，68%信頼限界の範囲に文献値が収まった事を考えると，実験全体を見れば機械工学実験には珍しく精度も確度も高い実験であった．ただ，あえて言うならばポアソン比の精度が少し高いことが望ましい．ポアソン比の精度を上げるためには横ひずみの精度を上げることが必要である．

横ひずみの精度が低い原因としては，今回変形は一様変形することを仮定しているが，材料の形状や材料の加工精度によって一様に変形しないことが考えられ，その影響が縦ひずみよりも横ひずみの方が顕著に出たと考えられる．

参考 標準値（文献値³⁾）

ヤング率 E	71.5 [GPa]
ポアソン比 ν	0.335
剛性率 G	26.7 [GPa]

《参考文献》

- 1) 須藤一 著 材料試験法（1992）（株）内田老鶴圃 p.2～50
- 2) John Taylor 誤差解析入門（2000）東京化学同人 p.129～143
- 3) 名古屋工業大学 物理学実験（2003）
- 4) 高橋幸伯 著 材料力学（2002）培風館 p.28
- 5) 牧野泰江 正規分布（2003）東京図書 p.82～109

6. 課題

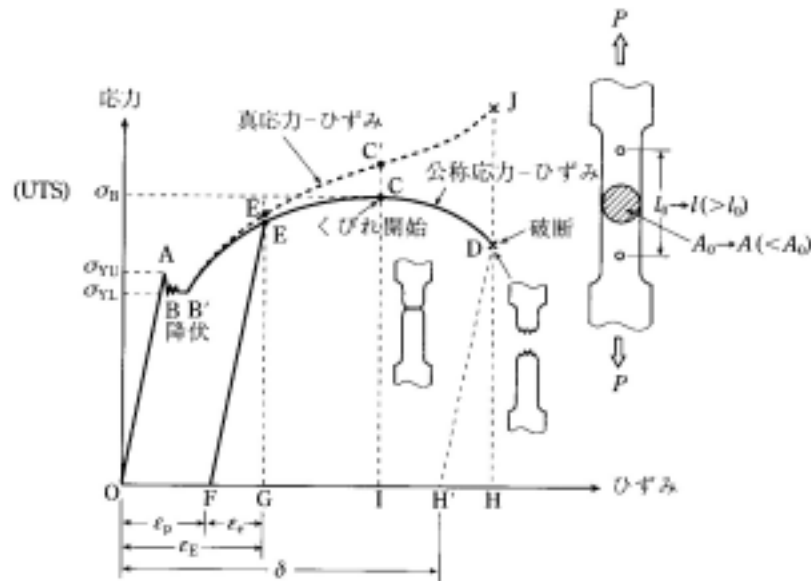


図 15 軟鋼の引張試験結果⁴⁾

軟鋼に荷重をかけると、まず弾性変形を起こす。弾性変形では材料は圧縮・膨張するだけの可逆変形である。このとき線図が O-A であるが、このとき、今回の実験にも用いたフックの法則が成り立つ。点 A の降伏点を超えた荷重（応力）がかかると永久変形である塑性変形を起こす。その線図は曲線を示し、一般的に指数関数で近似される。ひずみが大きくなるにつれ試験片の断面積が小さくなるが、同時に加工硬化も起こすため一定期間は変形を続けるためには応力かける必要がある。それもある点までたどり着くと加工硬化による影響と断面積減少による影響が逆転する。それが図 15 では点 C であり、このときの応力を材料の引張強さという。その後は断面積が急激に減少するくびれを生じついには破断を生じる。これを、応力の式で考えると、

$$\begin{aligned} \frac{P}{A} &= \sigma \\ \Leftrightarrow P &= A \cdot \sigma \\ \Leftrightarrow dP &= dA \cdot \sigma + A \cdot d\sigma \end{aligned}$$

体積は一定なので、引張りで伸びが発生すれば断面積は減少するため $dA < 0$ 。

したがって、塑性変形初期段階では加工硬化による σ の増加率に比べ断面積の減少率が小さく、荷重は増加する。しかし、さらに引張りが続き断面積の減少率がさらに大きくなると、やがて加工硬化による荷重の増加率と断面積の減少率による荷重の減少率が釣り合い、引張荷重は極値を迎える。さらに引っ張ると、断面積減少の影響が顕著となりくびれが発生し、最終的に試材は破断することになる。

それに対し、圧縮試験では塑性変形により断面積は増加するため $dA > 0$ である。もちろん圧縮の際も加工硬化は存在する。 $d\sigma > 0$ 。

したがって、 $dA \cdot \sigma > 0$ 、 $A \cdot d\sigma > 0$ となるので、当然 $dP > 0$ で、荷重の変化は常に増加方向であるため、くびれは発生せず破断もしない。

ところで、図のように点 E まで引っ張ったところで一度荷重をかけるのを止めると、ほぼ O-A に等しい弾性変形分の変形だけ回復するが、図のように O-F 分だけは永久ひずみとして残る。その後、再び荷重をかけると、F-E の弾性変形を起こし、点 E まで応力がかかるとそこから塑性曲線に沿って再び塑性変形が始まる。